

Aegridade analüüs

Praktikum nr. 13, 2016

ARIMAX tüüpi mudelite sobitamine. Ülekandefunktsiooni kuju määramine

Vaatleme juhtu, kus meil on kaks protsessi Z_t ja X_t , millele vastavate aegridade väärtused on meil olemas. Lihtsuse mõttes eeldame, et mõlemad protsessid on statsionaarsed (vastasel juhul võib leida mõlemast sobivat järku diferentsid). Meie eesmärgiks on kindlaks teha, milliseid X minevikuväärtuseid (ja võib-olla ka Z minevikuväärtuseid) regressoritena kasutada nii, et saada võimalikult häid ennustusi protsessi Z jaoks. Täpsemalt, vaatleme ARIMAX mudelit kujul

$$Z_t = c_0 + \sum_{i=b}^{\infty} \beta_i X_{t-i} + \varepsilon_t, \quad (1)$$

kus $b \geq 1$ ja suurused ε_t vastavad mingile ARMA protsessile

$$\phi(B)\varepsilon_t = \theta(B)A_t,$$

kusjuures eeldame, et suurused A_t on sõltumatud ka protsessi X_t väärtustest. Sel juhul on ka suurused ε_t sõltumatud suurustest X_t . Selleks, et parameetreid oleks lõplik arv ning et ennustamiseks kasutataks ainult X_t minevikuväärtuseid, otsime sobivat mudelit selliste hulgast, kus funktsioon

$$\beta(x) = \sum_{i=b}^{\infty} \beta_i x^i$$

on esitatav lõpliku arvu parameetrite abil kujul

$$\beta(x) = x^b \frac{v(x)}{\delta(x)} = x^b \frac{\sum_{i=0}^s v_i x^i}{1 - \sum_{i=1}^r \delta_i x^i}.$$

Sellise mudeli võib kirjutada ka kujul

$$Z_t = \sum_{i=1}^r \delta_i Z_{t-i} + \sum_{i=0}^s v_i X_{t-b-i} + \eta_t,$$

kus suurused η_t vastavad ARMA protsessile kujul

$$\phi(B)\eta_t = \delta(B)\theta(B)A_t.$$

Funktsiooni $\beta(x)$ nimetatakse ülekandefunktsiooniks, kuna ta kirjeldab, kuidas X omandatud väärtused mõjuvad ehk kanduvad üle suuruste Z väärtustele. Mudeli sobitamise etapid on järgmised:

1. Leiame hinnangud suurustele β_i . Selleks sobitame kõigepealt ARIMA mudeli reale X ning täpselt samade kordajatega mudeli reale Z . Seejärel leiame X jääkide ja Z jääkide vahelised ristkorrelatsioonid, mis ongi hinnangud β_i väärtustele.
2. Suuruste β_i hinnangute põhjal määrame kindlaks sobiva nihke b (mis vastab esimese nullist erineva β indeksile) ning kasutades teadmist sellest, kuidas erinevate r ja s väärtuste korral peaks suurused β teoreetiliselt käituma, leiame hinnangud ka parameetritele r ja s . Kui β_i hinnangutest on ainult mõni nullist erinev, siis s väärtuseks võtame nullist erinevate kordajate arv -1. Kui kordajatest on mitu nullist erinevat, kuid nad hakkavad kahanema vastavalt mingi arvuga korrutamisele, siis tasub proovida $r = 1$ ning s väärtus on määratud eelnevate nullist erinevate kordajate arvuga.

3. Leiame sobiva mudeli vigade ε_t jaoks
4. Hindame mudeli parameetreid suurima tõepära meetodil
5. Kontrollime jääkvigade sõltumatust
6. arvutame prognoosid (kuni b ajaperioodi ette).

Eesmärgiks on sobitada ülekandefunktsiooni mudel etteantud aegreale etteantud sisendaegrida kasutades nii R kui SAS tarkvara vahendusel. Andmed on kodulehel failides **prax13.txt** ja **prax13.dat**, samuti sobitame mudeli failis **prakx12.txt** olevale reale $z5$, kasutades sisendina samas failis olevat rida $x5$.

R tarkvaraga sobitamise protseduur on kirjeldatud praktikumis nr 12. Täienduseks niipalju, et vigade jaoks sobiva mudeli otsimisel ja lõpliku mudeli leidmisel tuleb arima käsus regressorite hulka lisaks X kasutatavatele nihetele lugeda ka $Z_{t-1}, \dots, Z_{t-r}$.