

Aegridade analüüs, praktikum nr. 4, 2016

Käsitletavat teemasid: AR ja MA tüüpi aegridade mudelitele vastavate protsesside simuleerimine.
Käesolevas praktikumis võtame vaatluse alla autoregressiivsed ehk AR tüüpi mudelid kujul

$$Z_t = \phi_1 Z_{t-1} + \phi_2 Z_{t-2} + \dots + \phi_p Z_{t-p} + A_t$$

ning liikuva keskmisega ehk MA (*moving average*) tüüpi mudelid kujul

$$Z_t = A_t - \sum_{i=1}^q \theta_i A_{t-i},$$

kus suurused A_t on sõltumatud, sama jaotusega ja tsentreeritud juhuslikud suurused

Praktikumi tegevused:

1. Vaatleme kõigepealt AR mudelitele vastavate aegridade genereerimist ja nende ridade omadusi. Genereerimiseks kasutame kahte moodust: käsku `filter` ja käsku `arima.sim`. Näidetes eeldame, et suurused A_t on normaaljaotusega ja keskvaartusega 0.

- (a) Käsu `filter` põhiline kuju on järgmine:

`filter(A,filter=c(phi_1,phi_2,...,phi_p),method="recursive", init=c(z1,...,zp)`
kus A sisaldab suuruste A_t väärtusi ning $z1, \dots, zp$ sisaldavad genereeritava rea esimesed p väärtust. Standardhälvega σ normaaljaotusega juhuslike suurusi saab tekitada näiteks käsuga `sigma*rnorm(n)`, kus n on genereeritavate juhuslike suuruste arv.

- (b) Käsu `arima.sim` kasutamise põhikuju on järgmine:

`arima.sim(n=100,model=list(ar=c(phi_1,...,phi_p)),sd=sigma).`
Sellise kuju puhul kasutatakse normaaljaotusega juhuslike suurusi, mille standardhälve on antud parameetriga `sd`. Samuti on võimalik ette anda juhuslike suuruste A_t väärtused kujul `innov=A`, kus A peab sisaldama n väärtust.

Ülesanded:

- Vaatleme juhtu $p = 1$ ning ϕ_1 väärtuseid $-1.5, -1, -0.8, 0, 0.8, 1, 1.5$. Eeldame, et häiritused A_t on normaaljaotusega ning standardhälvega $\sigma = 0.2$. Genereerige 100 häirituste rea A väärtust ning kasutage neid väärtuseid ning erinevaid ϕ_1 väärtuseid selleks, et tekitada vastavad AR tüüpi read. Iga rea puhul vaadeldge graafikut ning püüdke otsustada, kas vastav rida võib vastata fikseeritud keskmise ümber muutumisele nii, et ka varieeruvus muutub mingi fikseeritud keskmise ümber, samuti vaadeldge autokorrelatsioonide käitumist ning püüdke märgata iseloomulikke omadusi.
- Vaatleme juhtu $\phi_1 = 0.7, \phi_2 = 0.1$ ning olgu juhuslike suuruste A_t standardhälve $\sigma = 0.2$. Genereerige 200 vastavat A väärtust ning defineerige seda kasutades käsuga `filter` aegrida Z . Vaadeldge selle aegrea graafikut, leidke autokorrelatsioonid ning uurige tekitatud aegrea viimase väärtuse sõltuvust etteantud algväärtustest. Katsetage ka käsku `arima.sim`.
- Vaatleme juhtu $\phi_1 = -0.5, \phi_2 = 0.66$. Korra eelmise ülesande tegevusi `filter` käsku kasutades.

2. MA(q) mudelitele $Z_t = A_t - \sum_{i=1}^q \theta_i A_{t-i}$ vastavate aegridade genereerimine:

- (a) Käsu `filter` kuju on järgmine:

`filter(A,filter=c(1,-theta_1,...,-theta_q),sides=1).`

- (b) Käsu `arima.sim` kasutamise põhikuju on järgmine:

`arima.sim(n=100,model=list(ma=c(-theta_1,...,-theta_p)),sd=sigma).`

Ülesanded:

- Simuleerige MA(1) rea käitumist juhul $\theta_1 = -1.25, -1, -0.8, 0.8, 1, 1.25$ ning uurige autokorrelatsioonikordajae käitumist samu A väärtusi kasutades. Kui palju erinevad juhtudele $\theta_1 = -1.25$ ning $\theta_1 = -0.8$ vastavad autokorrelatsioonikordajad?
- Simuleerige MA(2) rea käitumist juhul $\theta_1 = 0.5, \theta_2 = -1$. Uurige autokorrelatsioonikordajate käitumist.

3. Spektraalanalüüs tugineb etteantud rea esitamisel erineva perioodiga siinuste ja koosinuste summana. Kui reas on lisaks mürale peidus mingi kindla sagedusega signaal, siis vastava sagedusega siinuste ja/või koosinuste kordajad peaksid olema oluliselt suuremad, kui muude sageduste kordajad (kuna muud sagedused tekivad juhuslikult müra toimel ja müra ei tohiks ühtegi sagedust spetsiaalselt eelistada). Kui rea hetkeväärtused sõltuvad oluliselt teatud nihkega minevikuväärtustest, siis peaks ka sellele nihkele vastava sageduse kordajad müra poolt põhjustatud kordajatest suuremad olemaa. Kui rida vastab ainult mürale, siis peaksid kõik sagedused enam-vähem võrdväärselt esindatud olema ning sellele faktile tuginedes on loodud ka sõltumatute häirituste (nn valge müra) kindlakstegemise teste. Käesolevas praktikumis (ja kogu kursuses) tutvume ainult väga põgusalt spektraalanalüüsi võimalustega.

- Lugege R keskkonda andmestikust `praktikum4.txt` kolme aegrea andmed.
- Üks neist aegridadest vastab nn valgele mürale (sõltumatud sama jaotusega juhuslikud suurused), üks sisaldab siinuste ja/või koosinuste kujul olevat signaali lisaks mürale ning ühel on küllalt tugev sõltuvus teatud nihkega minevikuväärtustega. Proovige R funktsiooni `spectrum` kasutades teha iga rea puhul kindlaks, milline neist kolmest see on ning samuti määrake signaali sisaldava rea puhul signaalis esinevate komponentide perioodid ja ajalise nihkega minevikuväärtustest sõltuva rea puhul selle nihke suurus. Perioodi arvutamisel on kasulik teadmine, et $\text{periood} = 1/\text{sagedus}$.