

Ülesanne 1

(1p) Tehke kindlaks, kas hulk

$$\{(a, b, c, d) : a + b - c - d = 0, a, b, c, d \in \mathbb{R}\}$$

on vektorruumi \mathbb{R}^4 alamruum. Jaatava vastuse korral leidke selle alamruumi mingi baas (tõestage ka, et on baas!) ja mõõde.

Ülesanne 2(1p) Tehke kindlaks, kas vektorruumi $\mathbb{R}^{\mathbb{R}}$ vektorite süsteem $x, x^2, x|x|$ on lineaarselt sõltumatu.**Ülesanne 3**

(1p) Leidke vektori $x = (0, 0, 2, 7)$ koordinaadid vektorruumi \mathbb{R}^4 baasi $\{e_1, e_2, e_3, e_4\}$ suhtes, kui $e_1 = (1, 2, 1, 1)$, $e_2 = (2, 3, 1, 0)$, $e_3 = (3, 1, 1, -2)$ ja $e_4 = (4, 2, -1, -6)$.

Ülesanne 4(1p) Leidke reaalarvud s ja t nii, et(a) vektoreile $\vec{a} = (1, s, 3)$ ja $\vec{b} = (-2, -2, 4)$ ehitatud rööpküliku pindala on $\sqrt{140}$;(b) vektorid \vec{AB} ja \vec{BC} oleksid risti, kui $A = (1, t + 4)$, $B = (3, 4)$ ja $C = (9, 7)$.**Ülesanne 1**

(1p) Tehke kindlaks, kas hulk

$$\{(a, b, c, d) : a + b - c = 0, a, b, c, d \in \mathbb{R}\}$$

on vektorruumi \mathbb{R}^4 alamruum. Jaatava vastuse korral leidke selle alamruumi mingi baas (tõestage ka, et on baas!) ja mõõde.

Ülesanne 2(1p) Tehke kindlaks, kas vektorruumi $\mathbb{R}^{\mathbb{R}}$ vektorite süsteem $x^2 - x + 3, 2x^2 + x, 2x - 4$ on lineaarselt sõltumatu.**Ülesanne 3**

(1p) Leidke vektori $x = (1, 1, -3, 13)$ koordinaadid vektorruumi \mathbb{R}^4 baasi $\{e_1, e_2, e_3, e_4\}$ suhtes, kui $e_1 = (1, 2, -1, -2)$, $e_2 = (2, 3, 0, -1)$, $e_3 = (1, 2, 1, 4)$ ja $e_4 = (1, 3, -1, 0)$.

Ülesanne 4(1p) Leidke reaalarvud s ja t nii, et(a) vektoreile $\vec{a} = (1, 3, -1)$ ja $\vec{b} = (s, 4, 5)$ ehitatud rööpküliku pindala on $\sqrt{470}$;(b) vektorid \vec{AB} ja \vec{BC} oleksid risti, kui $A = (4, 9)$, $B = (7, 6)$ ja $C = (t + 7, 9)$.

Ülesanne 1

(1p) Leidke astmerea koonduvusraadius R , koonduvuspiirkond X ja absoluutse koonduvuse piirkond A ,

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-4)^n}{n+2} (x-5)^n.$$

Ülesanne 2

(1p) Uurige, kas antud arvrida hajub, koondub tingimisi või koondub absoluutselt,

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n^2}{3^n}.$$

Ülesanne 3

(2p) Leidke 2π -perioodilise funktsiooni f Fourier' rida lõigul $[-\pi, \pi]$, kui

$$f(x) = \begin{cases} -1 & , x < 0, \\ x+4 & , x \geq 0. \end{cases}$$

Joonistage funktsiooni f enda ja Fourier' rea summa $S(x)$ graafik lõigul $[-2\pi, 2\pi]$.

Ülesanne 1

(1p) Leidke astmerea koonduvusraadius R , koonduvuspiirkond X ja absoluutse koonduvuse piirkond A ,

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-7)^n}{n-1} (x+3)^n.$$

Ülesanne 2

(1p) Uurige, kas antud arvrida hajub, koondub tingimisi või koondub absoluutselt,

$$\sum_{n=2}^{\infty} (-1)^n \frac{5}{\ln(n^3)}.$$

Ülesanne 3

(2p) Leidke 2π -perioodilise funktsiooni f Fourier' rida lõigul $[-\pi, \pi]$, kui

$$f(x) = \begin{cases} x+2 & , x < 0, \\ -3 & , x \geq 0. \end{cases}$$

Joonistage funktsiooni f enda ja Fourier' rea summa $S(x)$ graafik lõigul $[-2\pi, 2\pi]$.

Ülesanne 1

(1p) Leidke piirväärtus

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (1,1)} \frac{x^2 y^2 e^y}{x^2 - y^2}$$

või näidake, et seda piirväärtust ei leidu.

Ülesanne 2

(1p) Täisdiferentsiaali abil arvutage funktsiooni

$$f(x, y, z) = \sqrt{x^2 + y} \sin(\pi z)$$

ligikaudne väärtus punktis (2.9, 7.2, -0.33).

Ülesanne 3(1p) Leidke Lagrange' meetodil punkt sfäärilt $x^2 + y^2 + z^2 = 3$, mis asub kõige lähemal punktile (-2, -5, 2).**Ülesanne 4**(1p) Leidke integraal $\iint_D (x + y) dx dy$, kus D on kolmnurk tippudega (0, 2), (4, 0) ja (6, 2).**Ülesanne 1**

(1p) Leidke piirväärtus

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (-1, \frac{1}{2})} \frac{x^2 y^2 e^y}{x^4 - 4y^2}$$

või näidake, et seda piirväärtust ei leidu.

Ülesanne 2

(1p) Täisdiferentsiaali abil arvutage funktsiooni

$$f(x, y, z) = e^{3-xy} \cos(\pi z)$$

ligikaudne väärtus punktis (2.9, 1.01, 0.33).

Ülesanne 3(1p) Leidke Lagrange' meetodil punkt sfäärilt $x^2 + y^2 + z^2 = 2$, mis asub kõige kaugemal punktist (5, 3, -2).**Ülesanne 4**(1p) Leidke integraal $\iint_D y^2 dx dy$, kus D on kolmnurk tippudega (0, 3), (5, 0) ja (8, 3).

Ülesanne 1

(1.5p) Leidke kolmekordne integraal

$$\iiint_E x \, dx \, dy \, dz ,$$

kus E on piiratud silindriga $x^2 + y^2 = 2x$ ja tasanditega $z = y$ ja $z = 0$ ($z \geq 0$). Tehke piirkonna E joonis.

Ülesanne 2

(1.5p) Leidke 2 cm raadiusega poolringi

$$x^2 + y^2 \leq 4 \quad (y \leq 0)$$

mass, kui pindtihedus poolringi punktis (x, y) on võrdeline tema kauguse ruuduga punktist $(2, 0)$ ning punktis $(-2, 0)$ tihedus on $3 \frac{\text{g}}{\text{cm}^2}$.

Ülesanne 3

(1p) Leidke kera $x^2 + y^2 + z^2 \leq 2$ selle osa ruumala, mis asub koonuse $z^2 = x^2 + y^2$ sees. Tehke joonis.

Ülesanne 1

(1.5p) Leidke kolmekordne integraal

$$\iiint_E y \, dx \, dy \, dz ,$$

kus E on piiratud silindriga $x^2 + y^2 = 2y$ ja tasanditega $z = x$ ja $z = 0$ ($z \geq 0$). Tehke piirkonna E joonis.

Ülesanne 2

(1.5p) Leidke 2 cm raadiusega poolringi

$$x^2 + y^2 \leq 4 \quad (x \leq 0)$$

mass, kui pindtihedus poolringi punktis (x, y) on võrdeline tema kauguse ruuduga punktist $(0, 2)$ ning punktis $(0, -2)$ tihedus on $1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^2}$.

Ülesanne 3

(1p) Leidke kera $x^2 + y^2 + z^2 \leq 1$ selle osa ruumala, mis jääb tasandite $z = 0$ ja $z = \frac{1}{\sqrt{2}}$ vahele. Tehke joonis.

Ülesanne 1

(1p) Lahendage antud Bernoulli diferentsiaalvõrrand

$$y' - \frac{3}{2x}y = \frac{3x}{2}y^{\frac{1}{3}}.$$

Ülesanne 2

(1.5p) Lahendage antud teist järku konstantsete kordajatega lineaarne Cauchy ülesanne

$$y'' + y' - 2y = 2x, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 1.$$

Ülesanne 3

(1.5p) Lahendage järgmine teist järku lineaarne mittehomoogeenne diferentsiaalvõrrand

$$x^2y'' - x(x+2)y' + (x+2)y = 2x^3, \quad y_1 = x, \quad x > 0.$$