

Praktikum 2

Teema: klassikaline ja geomeetriline tõenäosus, sündmuste ruum, tõenäosuse omadused, tinglik tõenäosus

1. (Eelmise praktikumi viimane ülesanne). Urnist, kus on 4 valget ja 2 musta kuuli, valitakse juhuslikult järjest neli kuuli. Leida tõenäosus, et neljas kuul on valge.
2. (Eelmise praktikumi 6. ülesanne). Ühikruudust valitakse juhuslikult punkt koordinaatidega (x, y) . Leida tõenäosus, et $x^2 + y^2 \geq \frac{1}{4}$.
3. Ruudust $[0, 3] \times [0, 3]$ valitakse juhuslikult punkt (a, b) . Leida tõenäosus, et $a + 2b \leq 3$.
4. Kolmnurgast tippudega $(0, 0)$, $(0, 1)$ ja $(1, 0)$ valitakse juhuslikult üks punkt. Leida tõenäosus, et see jääb allapoole parabooli $y = \frac{3}{4}x^2$ graafikut.
5. Kaardipakist valitakse juhuslikult kaks kaarti. Leida tõenäosus, et esimene on mustast mastist (risti, poti) või teine on ärtu mastist (võivad ka mõlemad tingimused täidetud olla).
6. Leida tõenäosus, et ausat täringut kolm korda visates tuleb esimesena paariitu arv ja summaks saadakse vähemalt neli silma.
7. Olgu A ja B sündmused, mille korral $P(\bar{A} \cup \bar{B}) = 0,9$, $P(A) = 0,4$ ja $P(A \cup B) = 0,7$. Leida $P(B)$. Näidata igal sammul, millist omadust parajasti kasutatakse.
8. Juhuslikult valitakse arv ühest tuhandeni (kaasaarvatud). Leida tõenäosus, et see jagub vähemalt ühega arvudest 3, 5 ja 7.
9. Leida tõenäosus, et kolme täringu viskamisel tuleb vähemalt ühel täringul 6 silma.
10. Leida tõenäosus, et 52-kaardisest pakist järjest kolme kaardi väljavõtmise saadakse esimesena kuningas ja kolmandana ärtu mastist kaart.
11. Tõestada, et kui $A, B \in \mathcal{F}$, siis ka $A \cup B \in \mathcal{F}$, $A \cap B \in \mathcal{F}$ ja $A \setminus B \in \mathcal{F}$.
12. Olgu $\Omega = \{a, b, c, d, e\}$ (erinevad tähed). Teha kindlaks, millised Ω alamhulkade kollektsioonid on sündmuste ruumid:

1. $\mathcal{F} = \{\emptyset, \{a, e\}, \{b, c, d\}, \Omega\}$
2. $\mathcal{F} = \{\{a\}, \{b\}, \{a, b\}, \{c, d, e\}, \{a, c, d, e\}\}$
3. $\mathcal{F} = \{\emptyset, \{a, b\}, \{a, b, c\}, \{d, e\}, \{c, d, e\}, \Omega\}$

13. Urnis on 8 punast ja 5 sinist kuuli. Urnist võetakse järjest kolm kuuli ilma tagasipanekuta. Leida tõenäosus, et kõik kolm kuuli on sinist värvi.

14. Urnis on 4 valget ja 3 musta kuuli. Kaks mängijat võtavad kordamööda kuule neid tagasi mitte pannes. Võidab see, kes esimesena saab valge kuuli. Leida tõenäosus, et esimene mängija võidab.

Ülesannete vastused

Teema 0

1. $2/3$
2. 0,8
3. $1/4$
4. 0,259
5. $127/204$
6. $107/216$
7. 0,4
8. 0,543
9. 0,42
10. 0,019
12. 1) on; 2) ja 3) pole
13. 0,035
14. 0,685