

Praktikum 3

Teema: tõenäosuse omadused, tinglik tõenäosus, täistõenäosus ning Bayesi valem.

1. Pr. 2 ül. 10. Leida tõenäosus, et 52-kaardisest pakist järjest kolme kaardi väljavõtmisel saadakse esimesena kuningas ja kolmandana ärtu mastsist kaart.
2. Pr. 2 ül. 13. Urnis on 8 punast ja 5 sinist kuuli. Urnist võetakse järjest kolm kuuli ilma tagasipanekuta. Leida tõenäosus, et kõik kolm kuuli on sinist värvi.
3. Täringul on tahud silmade arvuga 1, 2 ja 6 värvitud siniseks ning tahud silmade arvuga 3, 4 ja 5 värvitud punaseks. Leida tõenäosus, et täringu veeretamisel saadi tulemuseks paaris arv silmi, kui on teada, et peale jäi punast värvi tahk.
4. Laos on kaks kasti detaile. Esimeses kastis on 11 detaili, millest 2 on praagid; teises 12 detaili, millest üks on praak. Esimesest kastist võetakse juhuslikult üks detail ja pannakse see teise. Pärast võetakse teisest kastist juhuslikult üks detail. Leida tõenäosus, et see on praakdetail.
5. Olgu ühes sahtlis 1 valge ja 7 punast sokki ning teises 1 punane ja 5 valget sokki. Kummastki sahtlist võetakse juhuslikult 1 sokk ja pannakse jalga. Ülejäänud sokid kallatakse kolmandasse sahtlisse kokku. Leida tõenäosus, et kolmandast sahtlist juhuslikult sokki haarates saadakse valge sokk.
6. Piimapoes võis valida piimakoti kolmest sarnasest kastist. On teada, et ühes neist kastidest on katkise piimakoti saamise tõenäosus 0,6, ülejäänud kahes vaid 0,3. Ostja sai katkise piimakoti. Milline on tõenäosus, et ta võttis selle "halvast" kastist?
7. Rahakotis on 4 ausat münti ning üks ebaaus münt, mille vapi tulemise tõenäosus on 0,7. Kotist valitakse juhuslikult üks münt ning visatakse 2 korda. Leida tõenäosus, et valituks osutus aus münt, kui mõlemal mündiviskel tuli vapp.
8. Katse käigus valitakse lõigust $[0, 1]$ arv nii, et igasse alamlõiku $[a, b] \subset [0, 1]$ sattumise tõenäosus on $P([a, b]) = \sqrt{b} - \sqrt{a}$. Olgu teada, et valitud arv ei olnud väiksem kui $1/4$. Leida tõenäosus, et valiti arv, mis ei olnud suurem kui $3/4$.
9. Urnis on algselt kaks valget ja kolm musta kuuli. Kõigepealt valitakse urnist juhuslikult mingi kuul ning seejärel pannakse see urni tagasi koos kahe sama värvi kuuliga (st tagasi pannakse kolm kuuli). Seejärel valitakse urnist veel üks kuul. Leida tõenäosus, et mõlemal korral saadakse valge kuul.
10. Pr. 2 ül. 14. Urnis on 4 valget ja 3 musta kuuli. Kaks mängijat võtavad kordamööda kuule neid tagasi mitte pannes. Võidab see, kes esimesena saab valge kuuli. Leida tõenäosus, et esimene mängija võidab.

11. Ühes urnis on 2 valget ning 4 musta kuuli ning teises urnis 3 valget ning 1 must kuul. Kõigepealt valitakse juhuslikult kaks kuuli esimesest urnist ning pannakse teisse. Seejärel valitakse juhuslikult üks kuul teisest urnist. Leida tõenäosus, et see osutub mustaks.

12. Kolemkoalise arvu moodustamisel valitakse kõigepealt juhuslikult sajalist number 1-st 9-ni (olgu see n_1), seejärel kümneliste number 0-st n_1 -ni (olgu see n_2) ning lõpuks number 0-st n_2 -ni. Leida tõenäosus, et saadakse arv 742.

13. Kindlustuskompanii jagab kliendid kaheks: õnnetushunnikud ja õnnesärgis sündinud. Nende statistika põhjal juhtub õnnetushunnikutega ühe aasta jooksul õnnetus tõenäosusega 0,4, teistel tõenäosusega 0,1. Nad eeldavad, et 10% elanikkonnast on õnnetushunnikud. Leida tõenäosus, et

- uue kliendiga juhtub aasta jooksul õnnetus;
- uus klient on õnnetushunnik, kui on teada, et temaga juhtus aasta jooksul õnnetus.

14. Olgu teada, et $P(\bar{A} \cup \bar{B}) = 4/5$, $P(A|\bar{B}) = 3/4$, $P(B|A) = 2/5$. Leida $P(B)$.

Ülesannete vastused

Teema 0

1. 0,019
2. 0,035
3. $1/3$
4. $1/11$
5. $121/288$
6. $1/2$
7. 0,671
8. 0,73
9. $8/35$
10. 0,685
11. 0,388
12. $1/360$
13. a) 0,13; b) 0,308.
14. $3/5$