

Tõenäosusteooria ja matemaatiline statistika I, sügis 2016

Praktikum 4

Teema: tuntumad diskreetse juhusliku suuruse jaotused; keskvärtus, dispersioon ja standardhälve

1. Tudeng vastab huupi kümnele valikvastustega küsimusele (igal juhul 5 vastusevarianti, neist ainult üks on õige), X väärtuseks on õigesti vastatud küsimuste arv. Leida juhusliku suuruse X keskvärtus ja standardhälve.
2. Seemnete idanevus on 80%. Leida tõenäosus, et idanenud seemnete arv üheksa istutatud seemne hulgast.
3. Mitu korda on vaja visata täringut, et tõenäosus, et kahe silma saamiste arv oleks 32?
4. Tõestada, et binoomjaotuse korral kehtib järgmine seos:

$$P\{X = k + 1\} = \frac{p}{1-p} \frac{n-k}{k+1} P\{X = k\}, \quad k = 0, 1, \dots, n-1.$$

5. Müügiselles, kes pakub inglisekeelset kirjandust, valib juhuslikult inimesi kaubanduskeskuses ja pakub oma toodangut ainult neile, kes valdavad inglise keelt. Tõenäosus, et juhuslikult valitud inimene valdab inglise keelt on 0,6. Olgu X juhuslik suurus, mis iseloomustab küsitlevate inimeste arvu kuni esimeseni, kes valdab inglise keelt. Leida tõenäosus, et vähemalt kolmas inimene sobib müügiselle.
6. Raamatu 500 leheküljel on kokku 500 viga. Leida tõenäosus, et ühel leheküljel on vähemalt 5 viga eeldusel, et igal leheküljel on vigade jaotuseks Poissoni jaotus.
7. Tehas saatis lattu 5000 töökorras laptopi. Tõenäosus, et teel lattu laptop läheb rikki on 0,0002.
 1. Leida tõenäosus, et lattu jõuab vähemalt 4 rikkes laptopi.
 2. Milline on kõige tõenäosus, et lattu on rikki olevate laptopide arv?
8. Olgu $X \sim Po(3)$ ning $Y = 9X - 4$. Leida EY ja DY .
9. Diskreetse juhusliku suuruse tinglik keskvärtus tingimusel, et toimub sündmus A , on suurus

$$E(X|A) = \sum_i x_i P(\{X = x_i\}|A).$$

Visatakse kahte täringut, juhusliku suuruse X väärtuseks on saadud silmade arvude korrutis. Leida X keskvärtus tingimusel, et saadud silmade summa on kuus.

10. Olgu X geomeetrilise jaotusega, $X \sim \text{Geom}(p)$. Näidata, et $P(\{X > n\}) = (1 - p)^n$.

11. Olgu X selline juhuslik suurus, mille väärtuste hulgaks on positiivsete täisarvude hulk. Näidata, et kui $P(\{X > n\}) = (1 - p)^n$, siis $X \sim \text{Geom}(p)$.

12. Olgu $X \sim \text{Be}(p)$ ning $Y = a \cdot X + b$, kus a ja b on mingid konstandid. Leida Y jaotus, keskvärtus ja dispersioon.

13. Olgu X juhuslik suurus, mille võimalikeks väärtusteks on arvud $\{-10, -9, \dots, 9, 10\}$ ning vastavateks tõenäosusteks

$$P(\{X = i\}) = C_{20}^{i+10} \frac{4^{10-i}}{5^{20}}.$$

Leida X keskvärtus ja dispersioon.

14. Olgu fikseeritud sündmus A tõenäosusega 0,2. Sõltumatuid katseid sooritatakse 6 korda. Juhusliku suuruse X väärtuseks on A toimumiste arv. Juhusliku suuruse Y väärtuseks on 2, kui A toimub vähemalt ühe korra ning 0 vastasel korral. Leida juhusliku suuruse $Z = X - 2Y$ keskvärtus ja dispersioon.

15. Tudeng vastab huupi kümnele valikvastusega küsimusele (igapähele on 5 varianti, neist ainult üks on õige), kusjuures õige vastuse eest saab ta 5 punkti ja vale vastuse eest -1 punkti. Leida tudengi poolt saadava punktisumma jaotus, keskvärtus ja standardhälve. Vihje: keskvärtust ja standardhälvet ei ole mõistlik arvutada sel juhul otse jaotusest, vaid tasuks esitada saadav punktisumma mingi tuntud jaotusega juhusliku suuruse kaudu.

16. Olgu juhusliku suuruse X võimalikeks väärtusteks kolmest suuremad naturaalarvud ning

$$P(\{X = k\}) = \frac{2^{k-4}}{e^2 \cdot (k-4)!}, \quad k = 4, 5, 6, \dots$$

Leida X keskvärtus ja dispersioon.

Ülesannete vastused

Teema 0

1. $EX = 2, \sigma_X = 1, 265$

2. 7 ja 8

3. 191, 192, ..., 197

5. 0, 16

- 6.** 0,004
- 7.** a) 0,01898; b) 0 ja 1.
- 8.** 23 ja 243
- 9.** 7
- 12.** $ap + b$ ja $a^2p(1 - p)$
- 13.** -6 ja 3,2
- 14.** -1,75 ja 1,537
- 15.** 2 ja 7,59
- 16.** 6 ja 2

**Solutions to exercises
not answered in text**