

Praktikum 8

Praktikumi teema: pidev juhuslik suurus (tihedusfunktsioon, keskvärtus, dispersioon, tuntumad jaotused); mediaan ja kvantiilid

1. Juhusliku suuruse Z jaotusfunktsiooniks on

$$F_Z(z) = \begin{cases} 0, & z < -1, \\ (z+1)^2, & -1 \leq z < 0, \\ 1, & z \geq 0. \end{cases}$$

Leida EZ ja DZ .

2. Teha kindlaks, millise $a \in \mathbb{R}$ korral saab funktsioon

$$f(x) = \begin{cases} 2x + ax^2, & \text{kui } 0 \leq x \leq 1 \\ 2 - x, & \text{kui } 1 < x \leq 2 \\ 0 & \text{mujal} \end{cases}$$

olla mingi juhusliku suuruse tihedusfunktsiooniks. Leida:

- (a) vastav jaotusfunktsioon;
 - (b) $P\{\frac{1}{2} < X < \frac{3}{2}\}$;
 - (c) $E(X^2)$.
3. Bussid sõidavad 60-minutise intervalliga. Esimene buss saabub peatusesse kell 12:00. Reisija ei tea bussiplaanist midagi ja tuleb peatusse juhuslikul ajal. Olgu X - bussi ootamise aeg, kusjuures selle jaotusfunktsioon on järgmine:

$$F_X(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ \frac{x}{60}, & 0 \leq x \leq 60, \\ 1, & x > 60. \end{cases}$$

Kui suur on tõenäosus, et reisija ootab bussi viis kuni viisteist minutit?

4. Olgu $X \sim N(3, 2)$. Leida

- (a) EX ja DX ;
 - (b) jaotuse mediaan;
 - (c) $P(1 < X \leq 3, 5)$;
 - (d) $P(X < -0, 5)$;
 - (e) jaotuse kvartiilid;
 - (f) 0,05-täiendkvantiil.
5. Olgu teada, et poes kulub ühe kliendi teenindamiseks keskmiselt 5 minutit. Eeldame, et ühe kliendi teenindamise aeg on eksponentjaotusega juhuslik suurus. Leida tõenäosus, et juhuslikult võetud kliendi teenindamiseks kulub rohkem kui 20 minutit ning samuti aeg, millest kiirema teenindamise tõenäosus on 0,5 (mediaan).
6. Oletame, et juhuslikult valitud Tartu Ülikooli tudengi IQ on normaaljaotusega $N(120, 12)$. Leida tõenäosus, et juhuslikult valitud tudengi IQ on vahemikus (111, 135).

7. Olgu $X \sim \text{Exp}(\lambda)$ mingi $\lambda > 0$ korral. Näidata, et iga $x, y > 0$ korral kehtib võrdus

$$P(\{X > x + y\} | \{X > x\}) = P(\{X > y\}).$$

(Interpretatsioon: kui nt lambipirni eluiga on eksponentsiaalse jaotusega, siis tõenäosus, et ta põleb veel y minutit, kui ta on juba põlenud x minutit, on sama, mis uue lambi korral tõenäosus, et ta põleb y minutit, st senine eluiga ei mõjuta tulevase eluea hinnangut)

Vastused:

1. $EZ = -1/3$; $DZ = 1/18$
2. $a = -1, 5$; $P = 11/16$
3. $1/6$
5. 0,018 ja 3,466
6. 0,66772