

Praktikum 2

Praktikumi eesmärgiks on õppida arvutama ja kasutama tinglikke jaotuseid ja tinglikke keskvaartuseid ning harjutada kahemõõtmeliste vektoritega tegelemist.

1. Lõpetame 2. loengu näidet. Kahemõõtmelise pideva juhusliku suuruse tihedusfunktsioon on järgmine:

$$f(x, y) = \begin{cases} x^2 + \frac{xy}{3}, & 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 2, \\ 0, & \text{muidu.} \end{cases}$$

Leida $P(X \geq 1 - Y)$.

2. Vaatleme katset, kus visatakse kaks korda ausat münti. Olgu X väärtuseks 0, kui esimesel viskel tuleb kiri ning 1 vastasel korral ning olgu Y saadud vappide arv kahel viskel. Leida suuruste X ja Y ühisjaotus, EY ning $E(Y | \{X = 0\})$.
3. Katses visatakse kõigepealt täringut ning seejärel täringu silmade arvule vastav arv kordi ausat münti. Olgu X saadav vappide arv. Leida EX .
4. Olgu juhuslike suuruste X ja Y ühisjaotus (st juhusliku vektori (X, Y) jaotus) antud tabelina

$X \backslash Y$	-1	2	3
-1	0,1	0,3	0,2
2	0,2	0,1	0,1

Kas X ja Y on sõltumatud juhuslikud suurused? Leida $P(Y > X)$ ning juhusliku suuruse X^2Y keskvaartus.

5. Olgu $X \sim \text{Exp}(2)$ ja $Y \sim \text{Exp}(1)$ sõltumatud juhuslikud suurused. Leida tõenäosus, et $Y < 2X$.
6. Ülesandes 1 leida juhusliku suuruse X tihedusfunktsioon $f_X(x)$ ja juhusliku suuruse tihedusfunktsioon $f_Y(y)$. Kas juhuslikud suurused X ja Y on sõltumatud?
7. Olgu $X \sim N(\mu_1, \sigma_1)$ ja $Y \sim N(\mu_2, \sigma_2)$ sõltumatud juhuslikud suurused. Näidata momente genereerivaid funktsioone kasutades, et siis $Z = X + Y$ on samuti normaaljaotusega juhuslik suurus.
8. Olgu X ja Y ühisjaotuse jaotusfunktsioon antud valemiga

$$F_{X,Y}(x, y) = \begin{cases} \frac{6+xy-3x-2y}{2}, & \text{kui } 2 \leq x \leq 4, 3 \leq y \leq 4, \\ \frac{x}{2} - 1, & \text{kui } 2 \leq x \leq 4, y > 4, \\ -3 + y, & \text{kui } x > 4, 3 \leq y \leq 4, \\ 1, & \text{kui } x > 4, y > 4, \\ 0 & \text{mujal.} \end{cases}$$

Leida EY .

Kodused ülesanded II

1. Näidata momente genereerivaid funktsioone kasutades, et kui $X \sim \mathcal{P}(\lambda)$ ja $Y \sim \mathcal{P}(\mu)$ on sõltumatud juhuslikud suurused, siis $Z = X + Y$ on samuti Poissoni jaotusega juhuslik suurus.
2. Kahemõõtmelise juhusliku suuruse tihedusfunktsioon on järgmine:

$$f_{X,Y}(x,y) = \begin{cases} x^2 + \frac{xy}{3}, & \text{kui } 0 < x < 1, \ 0 < y < 2, \\ 0 & \text{mujal.} \end{cases}$$

Leida $P(X > \frac{1}{2})$, $P(Y < X)$ ja $P(\{Y < \frac{1}{2}\} | \{X < \frac{1}{2}\})$.

3. Olgu diskreetsete juhuslike suuruste X ja Y ühisjaotus kirjeldatud tabelina

$X \backslash Y$	0	1	2
1	$\frac{1}{15}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{2}{15}$
2	$\frac{1}{10}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{1}{5}$

Leida $E(X \cdot |Y - 1|)$. Kas X ja Y on sõltumatud? Põhjenda vastust!