

## Praktikum 10

Praktikumi teemad: momentide meetod; vahemikhinnang.

1. (Eelmise praktikumi ül. 4) Diskreetsel juhuslikul suurusel  $X$  tõenäosusfunktsioon on järgmine:  $p(k) = \theta(1 - \theta)^{k-1}$ , kus  $k = 1, 2, \dots$  ja  $0 < \theta < 1$ . Olgu antud juhuslik valim sellest jaotusest: 4, 5, 4, 6, 4, 1.
  - a) Leida hinnang parameetrile  $\theta$  suurima tõepära meetodil.
  - b) Leida hinnang parameetrile  $\theta$  vähimruutude meetodil.
  - c) Leida hinnang parameetrile  $\theta$  momentide meetodil.
  - d) Kas saadud hinnang on heade omadustega?
2. Olgu antud juhuslik valim  $x_1, \dots, x_n$  Gamma jaotusest. Gamma jaotuse tihedusfunktsioon on defineeritud järgmiselt:

$$f_X(x) = \frac{1}{\beta^\alpha \Gamma(\alpha)} x^{\alpha-1} e^{-x/\beta}, \quad x > 0, \quad \alpha, \beta > 0.$$

Gamma jaotuse keskväärtus ja dispersioon on vastavalt  $EX = \alpha\beta$ ,  $DX = \alpha\beta^2$ . Leida hinnangud parameetritele  $\alpha$  ja  $\beta$  momentide meetodil.

3. Radioaktiivse aine aatomi lagunemisaja kohta on eeldatud, et see on eksponentjaotusega,  $Exp(\lambda)$ . On saadud juhuslik valim mahuga  $n = 10$  (minutites):

|        |       |        |       |       |
|--------|-------|--------|-------|-------|
| 41,53  | 18,73 | 2,99   | 30,34 | 12,33 |
| 117,52 | 73,02 | 223,63 | 4,00  | 26,78 |

  - a) Leida vahemikhinnang parameetrile  $\lambda$  usaldusnivool 0,95. Vihje: kasutada Praktikumi 5. ülesande 7 lahendust.
  - b) Leida vahemikhinnang samal usaldusnivool jaotuse keskväärtusele  $1/\lambda$ .
4. Olgu antud juhuslik valim jaotusest  $N(\mu, \sigma)$ , kus  $\sigma$  on teada.
  - a) Millega võrdub usaldusnivoo järgmise vahemikhinnangu korral:  
 $I_\mu = \bar{x} \pm 2,81\sigma/\sqrt{n}$ ?
  - b) Millega võrdub usaldusnivoo järgmise vahemikhinnangu korral:  
 $I_\mu = (\bar{x} - 1,44\sigma/\sqrt{n}, \infty)$ ?
  - c) Millise väärtuse  $\lambda_{\alpha/2}$  korral saame kahepoolse vahemikhinnangu usaldusnivool 99,7%?
  - d) Millise väärtuse  $\lambda_\alpha$  korral saame ühepoolse vahemikhinnangu usaldusnivool 75%?
5. Juhusliku valimi põhjal, milleks olid 36 tüdrukut vanuses 24 kuud, leiti pikkuse keskmiseks  $\bar{x} = 89,10$  cm standardhälbega  $s = 3,73$  cm.
  - a) Eeldades, et pikkused on normaaljaotusest  $N(\mu, \sigma)$ , leida alt tõkestatud ühepoolne vahemikhinnang parameetrile  $\mu$  usaldusnivool 95%. Kuidas saab tõlgendada?
  - b) Leida samal usaldusnivool kahepoolne vahemikhinnang parameetrile  $\mu$ .
  - c) Leida samal usaldusnivool kahepoolne vahemikhinnang parameetrile  $\sigma$ .

- d) Riigis  $A$  on kõikide tüdrukute mõõtmine kohustuslik ja on teada, et tegelik standardhälve  $\sigma = 4$ . Võttes selle kasutusele, kui suurt valimit peaksime võtma riigis  $B$ , et saada vahemikhinnangu laiusega punktist b) usaldusnivool 95%?

### Kodused ülesanded 9

1. Olgu antud juhuslik valim jaotusest, mille tihedusfunktsioon on järgmine:  
 $f_X(x) = \lambda e^{-\lambda(x-\delta)}$ ,  $\lambda > 0$  ja  $x \geq \delta$ . Leida hinnangud parameetritele  $\lambda$  ja  $\delta$  momentide meetodil. Integraalide leidmiseks kasutada ositi integreerimist (ilma wolframalpha abita), lahenduskäik peab olema kirja pandud.
2. Eeldatakse, et soojuspumpade eluiga on eksponentjaotusega. Fikseeriti 15 juhuslikult valitud pumba eluiga on saadi järgmised andmed (aastates):

|      |     |     |     |      |     |     |     |
|------|-----|-----|-----|------|-----|-----|-----|
| 2,0  | 1,3 | 6,0 | 1,9 | 5,1  | 0,4 | 1,0 | 5,3 |
| 15,7 | 0,7 | 4,8 | 0,9 | 12,2 | 5,3 | 0,6 |     |

Leida ülalt tõkestatud vahemikhinnang oodatavale elueale (=üldkogumi keskväärtusele) usaldusnivool 0,95. Vahemikhinnang peab olema kujul  $I = (0, a_2)$ .