

Praktikum 6

Praktikumi teema: χ^2 , t ja F -jaotused.

1. Tõestada, et kui juhuslik suurus $X \sim t(f)$, siis $X^2 \sim F(1, f)$.
2. Olgu antud juhuslik suurus $X_1 \sim N(3, \sqrt{5})$ ja sellest sõltumatu juhuslik suurus $X_2 \sim \chi^2(15)$. Leida juhusliku suuruse $Y = \sqrt{\frac{3}{X_2}} \cdot (X_1 - 3)$ jaotus.
3. Olgu $t_{0,05}(3)$ jaotuse $t(3)$ 0,05-täiendkvantiil ja $\lambda_{0,05}$ standardse normaaljaotuse 0,05-täiendkvantiil. Kumb on suurem - kas $t_{0,05}(3)$ või $\lambda_{0,05}$? Teha vastav joonis.
4. Olgu $\bar{X}$ ja s^2 juhusliku valimi $X_1, \dots, X_{10}$ hinnangufunktsioonid, kusjuures $X_i \sim N(0, \sigma)$, $i = 1, \dots, 10$. Leida konstandi c väärtus nii, et oleks täidetud järgmine tingimus:

$$P\left(\frac{\bar{X}}{\sqrt{10s^2}} < c\right) = 0,95.$$

5. Sõltumatud juhuslikud suurused $Z_1, \dots, Z_{10}$ on standardse normaaljaotusega. Moodustada nende abil uus juhuslik suurus Y , mis oleks jaotusest $F(4, 6)$.
6. Näidata, et kui q_α on jaotuse $F(f_1, f_2)$ täiendkvantiil, siis $\frac{1}{q_\alpha}$ on jaotuse $F(f_2, f_1)$ α -kvantiil.
7. On antud kaks sõltumatut juhusliku valimit mahtudega vastavalt $n_1 = 6$ ja $n_2 = 10$ ning jaotustest $N(\mu_1, \sigma)$ ja $N(\mu_2, \sigma)$. Kuigi kahe jaotuse dispersioonid on võrdsed (σ^2), võivad valimist leitud dispersioonid s_1^2 ja s_2^2 erineda. Leida konstandi b väärtus nii, et

$$P\left(\frac{s_1^2}{s_2^2} < b\right) = 0,95,$$

kus s_1^2 ja s_2^2 on vastavate valimidispersioonide hinnangufunktsioonid.

8. Sõltumatud juhuslikud suurused $X_1, X_2, \dots, X_5$ on jaotusega $N(0, \sigma)$. Leida selline konstandi c väärtus, et

$$\frac{c(X_1 - X_2)}{\sqrt{X_3^2 + X_4^2 + X_5^2}} \sim t(f).$$

Millega võrdub f ?

Kodused ülesanded 6

1. Juhuslik valim $x_1, x_2, \dots, x_{18}$ on jaotusest $N(\mu_1, \sigma\sqrt{7})$. Sellest sõltumatu juhuslik valim $y_1, y_2, \dots, y_{23}$ on pärit jaotusest $N(\mu_2, \sigma\sqrt{3})$. Millise konstandi c korral on juhuslik suurus $c \frac{s_x^2}{s_y^2}$ jaotusga $F(17, 22)$?
2. Sõltumatud juhuslikud suurused X_i , $i = 1, 2, 3, 4$ on jaotusega $N(0, 3)$. Leida konstandi k väärtused järgmistel juhtudel:
 - (a) $P(X_1 + 2X_2 > 5) = k$;
 - (b) $P(X_1 > k\sqrt{X_3^2 + X_4^2}) = 0,05$;
 - (c) $P(X_1^2 + X_2^2 + X_3^2 + X_4^2 < k) = 0,9$;
 - (d) $P(X_2^2 + X_4^2 > 19(X_1^2 + X_3^2)) = k$.