

9. praktikum

Teema: hinnangute võrdlemine taasvaliku ja Delta meetodite abil; suurima tõepära, vähimruutude ja momentide meetodid hinnangute leidmiseks

ÜLESANNE 1

Pideva juhusliku suuruse X tihedusfunktsioon on

$$f(x) = \begin{cases} \theta(1+x)^{-\theta-1} & \text{kui } x \geq 0 \\ 0 & \text{muidu.} \end{cases}$$

Varasemast on teada, et θ saab olla võrdne 2,3 või 4. Olgu antud juhuslik valim sellest jaotusest: 0,2 ja 0,8.

- a) Leida tõepärafunktsiooni väärtused kõige kolme θ väärtuse korral ja suurima tõepära hinnang parameetrile θ .

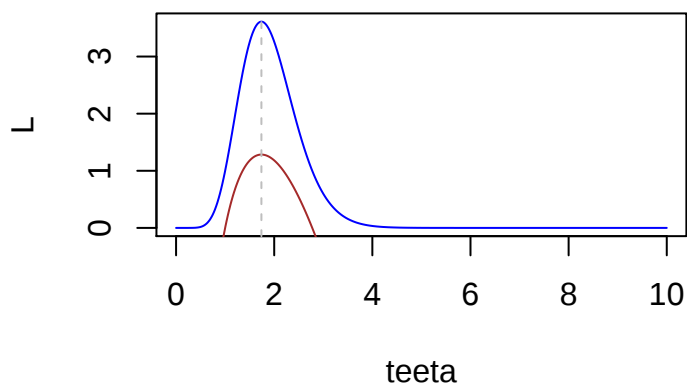
ÜLESANNE 2

Olgu antud juhuslik valim 0,71; 0,33; 0,69; 0,58; 0,81; 0,61; 0,58; 0,72; 0,35; 0,47 jaotusest, mille tihedusfunktsioon on järgmine ($\theta > 0$ on tundmatu jaotuse parameeter):

$$f_X(x) = \begin{cases} \theta x^{\theta-1} & \text{kui } 0 < x < 1 \\ 0 & \text{muidu.} \end{cases}$$

- a) Leida hinnang parameetrile θ suurima tõepära meetodil. Kasulike käske funktsioonide visualiseerimiseks:

```
x=c(0.71,0.33,0.69,0.58,0.81,0.61,0.58,0.72,0.35,0.47) #etteantud valim
teeta=seq(0,10,0.01) #teeta väärtuste piirkond 0-st 10-ni sammuga 0.01
L=teeta^10*(prod(x))^(teeta-1) #tõepära funktsioon
l=10*log(teeta)+(teeta-1)*sum(log(x)) #logaritmiline tõepära
plot(teeta, L, type='l', col="blue") #tõepärafunktsiooni graafik
lines(teeta, l, col="brown") #logaritmiline tõepära samale graafikule
ST_hinnang=-10/(sum(log(x))) #ST_hinnangu väärtus meie valimi korral
abline(v=ST_hinnang, col="grey", lty=2) #kohal ST_hinnang on f-nidel L ja l maksimum
```



- b) Leida hinnang parameetrile θ vähimruutude meetodil. Veenduda (graafikul), et saadud punktis on tõepoolest tegemist funktsiooni $Q(\theta)$ miinimumiga.
- c) Kasutades mitteparameetrilist bootsprap-meetodit, leida mõlema hinnangu jaoks standard- ja suhtelised vead.

ÜLESANNE 3

Olgu $X \sim N(R, \sigma)$ juhuslik suurus, kus R on tundmatu. Vaja on teada ringi raadiusega R pindala. Et raadius on tundmatu, mõõdeti 10 juhusliku ringi raadiust: 16,21; 14,53; 16,23; 16,46; 16,19; 14,01; 15,47; 14,27; 13,11; 15,78.

- a) Leida hinnang pindalale S valimi põhjal.
- b) Leida hinnangu $\hat{S}$ standardviga Delta meetodil.
- c) Leida hinnangu $\hat{S}$ standardviga parameetrilise bootstrap meetodi abil.

ÜLESANNE 4

Diskreetsel juhuslikul suurusel X tõenäosusfunktsioon on järgmine: $p(k) = \theta(1 - \theta)^{k-1}$, kus $k = 1, 2, \dots$ ja $0 < \theta < 1$. Olgu antud juhuslik valim sellest jaotusest: 4, 5, 4, 6, 4, 1.

- a) Kirjutada välja tõenäosusfunktsioon $L(\theta)$.
- b) Leida selline θ väärtus, mis maksimiseeriks tõepärafunktsiooni. Millega võrdub ST hinnang parameetrile θ ?
- c) Leida hinnang parameetrile θ vähimruutude meetodil.
- d) Kas saadud hinnang on heade omadustega?

KODUSED ÜLESANDED 8

1. Olgu antud juhuslik valim normaaljaotusest $N(20, \sigma)$, kus σ on tundmatu parameeter: 23,33; 18,38; 17,65; 23,96; 18,56.
 - a) Tuletada hinnang parameetrile σ^2 suurima tõepära meetodil.
 - b) Hinnata hinnangu $\hat{\sigma}_{ST}^2$ standardviga parameetrilise bootstrap meetodi abil.
2. Olgu antud vaatlus y jaotusest $Bin(n, p)$, kus p on tundmatu ja n on teadaolev parameeter.
 - a) Tõestada, et hinnang parameetrile p nii suurima tõepära kui ka vähimruutude meetodil on $\hat{p} = y/n$.
 - b) Huvitume funktsioonist $g(p) = \ln(\frac{p}{1-p})$, mille hinnang on $g(\hat{p}) = \ln(\frac{\hat{p}}{1-\hat{p}})$. Leida hinnangu $g(\hat{p})$ keskväärtus ja dispersioon Delta meetodil.