

Hüperbool

Tasandiline joon, mille iga punkt X rahuldab tingimust $||F_1X| - |F_2X|| = 2a$

F_1, F_2 - fookused

$r_1 = |F_1X| = a + ex$ ja $r_2 = |F_2X| = -a + ex$ - fokaalraadiused kui X on parempoolse haru punkt

$r_1 = |F_1X| = -a - ex$ ja $r_2 = |F_2X| = a - ex$ - fokaalraadiused kui X on vasakpoolse haru punkt

$(-a, 0), (a, 0)$ - hüperbooli tipud

$(0, -b), (0, b)$ - hüperbooli ebatipud

a - suurem pooltelg b - väiksem pooltelg

$2a$ - suurem telg $2b$ - väiksem telg

$e = \frac{c}{a}$, $e \in (1, \infty)$ - ekstsentrilisus ehk lapikus

$p = \frac{b^2}{a}$ - fokaalparameeter (kõrgus fookuse kohal)

$x = -\frac{a}{e}, x = \frac{a}{e}$ - juhtsirged

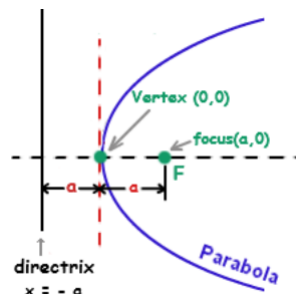
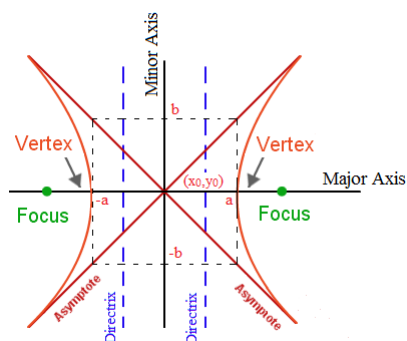
$y = -\frac{b}{a}x, y = \frac{b}{a}x$ - asümptoodid

Hüperbooli kanoonline võrrand kanoonilise reeperi korral:

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1, \quad b^2 = c^2 - a^2 \text{ ja } 0 < b$$

Hüperbooli normaalkanooniline võrrand:

$$\frac{(x-x_k)^2}{a^2} - \frac{(y-y_k)^2}{b^2} = 1$$



Parabool

Tasandiline joon, mille iga punkt X asub võrdsel kaugusel fix. sirgest l ja fix. punktist F . Seega X on parabooli punkt parajasti siis, kui punkti X kaugus juhtsirgeni on võrdne punkti kaugusega fookuseni ehk $d = |FX|$.

$F(\frac{p}{2}, 0)$ - parabooli fookus

$l = -\frac{p}{2}$ - juhtsirge

p - fokaalparameeter

Parabooli võrrand: $y^2 = 2px$

Ülesanded hüperbooli kohta

1. Leida hüperbooli võrrand, kui ta reaalne pooltelg ja imaginaarne pooltelg on vastavalt:
 - (a) $a = 5$ ja $b = 3$;
 - (b) $a = 4$ ja $b = 6$.
2. Skitseerida hüperbool $\frac{x^2}{49} - \frac{y^2}{25} = 1$. Leida fookused, asümptoodid, hüperbooli tipud.
3. Hüperbooli teljed ühtivad reeperi telgedega. Koostada hüperbooli võrrand, kui
 - (a) fookustevaheline kaugus on 10 ja tippude vaheline kaugus on 8;
 - (b) fokaaltelg on 5 ning tipud poolitavad keskpunkti ja fookustevahelised lõigud;
 - (c) ekstsentrilisus on $\sqrt{2}$ ja hüperboolil on punkt $H(-5, 3)$;
 - (d) asümptootide vahel on nurk 60° ja $c = 2\sqrt{3}$;
 - (e) hüperbool, mille asümptoodid on $y = \pm 4x$, läbib punkti $A(-2, 0)$ (aga kui läbiks punkti $B(0, 8)$).
4. Hüperbooli fookused ühtivad ellipsi fookustega. Koostada hüperbooli võrrand, kui ellipsi võrrand on $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ ja hüperbooli ekstsentrilisus on $\epsilon = 2$.
5. Määrake mingi punkti $M(x, y)$ trajektoori, kui ta jääb oma liikumisel sirgele $x = 1$ kaks korda lähemale kui punktile $F(4, 0)$.
6. Koostada hüperbooli kanooniline võrrand teades, et ta läbib punkte $A(8, -6)$ ja $B(6, -3)$.
7. Koostada hüperbooli kanooniline võrrand, kui hüperbooli fookused on $F_1(-10, 0)$ ja $F_2(10, 0)$ ning läbib punkti $M(12, 3\sqrt{5})$.
8. Leida hüperbooli keskpunkt, poolteljed, asümptoodid, fookused, ekstsentrilisus ja fokaalparameeter. Skitseerida joonis.
 - (a) $x^2 - y^2 - 4x + 2y + 11 = 0$;
 - (b) $4x^2 - y^2 + 8x + 2y - 1 = 0$;
 - (c) $4y^2 = x^2 - 4x$;
 - (d) $4x^2 = y^2 - 4y + 8$.
9. LORAN. Raadiosignaali saadeti samaaegselt mere kaldast mitmesaja miili kaugusel asuvatest mastidest A ja B. Laev võttis jaamast A saadetud signaali vastu 1400 mikrosekundit varem võrreldes jaamast B. (Thomas/Finney. (1990) Calculus 7th edition. ex 17 pg 544)

- (a) Eeldame, et raadiosignaali liikumiskiirus on 980 jalga mikrosekundis. Mida saame öelda ligikaudselt laeva asukoha kohta võrreldes kahe mastiga?
- (b) Mida saab öelda süsteemi LORAN ja teiste hüperboolsete raadionavigatsiooni süsteemide kohta. (Vikipeedia?)

Ülesanded parabooli kohta

10. Määrata parabooli fookus, kui tema võrrand on
 - (a) $y = 4x^2$;
 - (b) $y^2 = 4x$.
11. Koostada parabooli võrrand, kui
 - (a) $p = 4$;
 - (b) $p = 2\frac{1}{2}$.
12. Skitseerida parabool, leida fookus ja juhtsirge.
 - (a) $y^2 = -2x$;
 - (b) $x^2 = -0,6y$;
 - (c) $y = \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{4}x - 1$;
 - (d) $y^2 + 8x + 2y + 2 = 0$.
13. On antud parabool $y^2 = -2x$. Uurige punktide $A(-4, 2)$, $B(-2, 2)$ ja $C(2, 2)$ paiknemist parabooli suhtes. Üks märgitud punktidest paikneb paraboolil. Arvutage selle punkti kaugus juhtsirgest ja fookusest.
14. Koostada parabooli võrrand, kui tipp asetseb reeperi alguspunktis, parabool on x -telje (uurida ka juhtumit y -telje) suhtes sümmeetriline ja
 - (a) läbib punkti $A(9, 6)$;
 - (b) fookuse ja tipu vaheline kaugus on 4 ühikut;
 - (c) fookus asetseb punktis $F(2, 0)$ (teisel juhul $F(0, 2)$).
15. *On antud parabool $y^2 - 2y - 12x - 23 = 0$. Leida selle parabooli fookus F . Koostada paraboolile puutuja kohal $x_0 = 2$. Koostada puutepunkti P ja fookust F läbiva sirge FP võrrand. Leidke puutuja ja sirge FP vaheline nurk ning võrrelge seda nurka puutuja tõusunurgaga. Mis selgus?