

Arvuteooria 2. praktikumi ülesanded

1. Leia Eukleidese algoritmi abil arvude -1836 ja -5292 suurim ühistegur. Leia nende arvude vähim ühiskordne.
2. Täisarvude a ja b korral on teada, et $(a, b) = 5$. Leia $(5a + 3b, 3a + 2b)$.
3. Mitmel eri viisil on võimalik maksta £30.16 kahepenniste müntide ja inglise kroonidega (25 penni)?
4. Piraadijõuk otsustas rummi muretsemiseks korjanduse teha. Enamik piraate andis selleks piastri (8 reaali), mõned naljamehed otsustasid aga oma vanadest Mehhiko müntidest lahti saada ja panustasid kolm kolme-reaalist. Rahapatta koguti lõpuks kokku 805 reaali, kusjuures laevapoisil olid näpud nii põhjas, et ta sai ainult 2-reaalise mündi anda. Kui suur võis olla piraadijõuk?
5. Olgu $n \in \mathbb{N}$. Leia $(n^4 + 2n^3 + 2n^2 + 3n + 1, n^3 + 2n^2 + 2n + 2)$.
6. Olgu $n \in \mathbb{N}$. Tõesta, et $9 \mid n^6 + 17$, kui n ja 9 on ühistegurita.
7. Tõesta, et naturaalarvude m ja $a > 1$ korral

$$\left(\frac{a^m - 1}{a - 1}, a - 1 \right) = (a - 1, m).$$

8. Tõesta, et iga naturaalarvupaari m, n jaoks leidub võrrand $ax + by = c$, $a, b, c \in \mathbb{Z}$, nii et $x = m$, $y = n$ on selle võrrandi ainus naturaalarvuline lahend.
9. Tõesta, et täisarvude a ja b korral

$$(a, b) = (a + b, [a, b]).$$

- 10*. Tõesta, et iga naturaalarvu n korral on $(n, 2^{2^n} + 1) = 1$.
- 11*. Tõesta, et leidub lõpmata palju naturaalarve n , mille korral $(n, 2^n - 1) > 1$ ja leia vähim nendest.