

Arvuteooria 4. praktikumi ülesanded

1. Leia arvu

$$1 - 4 \cdot 121^2 + 121^4 - 4 \cdot 121^6 + 121^8 - 4 \cdot 121^{10} + 121^{12} - 4 \cdot 121^{14}$$

jagamisel arvuga 17 tekkiv jääk.

2. Kas on õige, et $(3299^5 + 6)^{18} \equiv 1 \pmod{112}$?
3. Leia kõik arvud $m \in \mathbb{N}$, mille korral $10! \equiv 5! \pmod{m}$.
4. Tõesta, et kui täisarv a on korraga nii täisruut kui täiskuup, siis $a \equiv 0, 1, 9, 28 \pmod{36}$.
5. Arvud 1900 kuni 2017 kirjutatakse järjest üles. Kas niiviisi saadav täisarv

$$1900190119021903 \dots 20162017$$

jagub arvuga 11?

6. Kas leiduvad naturaalarvud x ja y nii, et $x^2 - 2y^2 \equiv \pm 3 \pmod{8}$?
7. Tõesta, et arvude 5^n , kus $n = 1, 2, 3, \dots$, neli viimast numbrit moodustavad perioodilist jada ja leia selle jada vähim periood.
8. Kas on õige, et iga paaritu arvu a korral kehtib $a^{2^n} \equiv 1 \pmod{2^{n+2}}$?
9. Olgu $A = \{n \in \mathbb{N} : n \equiv 1 \pmod{8}\}$ ja $B = \{x^2 - 2y^2 : x, y \in \mathbb{N}\}$. Tõesta, et nii $A \cap B$ kui ka $A \setminus B$ on lõpmatud hulgad ja leia nende vähimad elemendid.
- 10*. Leia kaks suuruselt vähimat kordarvu n , mis rahuldavad järgmisi tingimusi: $2^n \equiv 2 \pmod{n}$ ja $3^n \equiv 3 \pmod{n}$.

1. Kasuta järeldus 3.8.
2. Lahuta mooduli paarikaupa ühistegurita jagajateks ja kasuta lause 3.7 igaihe jaoks. Siis mine tagasi esialgsele moodulile (nt. kasutades järeldust 1.9).
3. Lahuta algteguriteks ja kasuta lause 3.11. Vastuses ei pea kõike arvusid välja kirjutama, piisab, kui mõistlukul moel neid määrata ja nt. nende arvu leida.
4. Lahuta 36 paarikaupa ühistegurita jagajateks ja lahenda kongruentsid nende moodulite järgi. Siis mine tagasi 36 peale.
5. Nt. vaata antud arvu süsteemis alusega 10000 ja kasuta vastavat jaguvustunnust (vt. näide 3.15).
8. Kasuta induktsiooni.