

Arvuteooria 6. praktikumi ülesanded

1. Leia kõik naturaalarvud n , mille korral $\varphi(n) = 120$, $n = pq$, $p - q = 2$ ja p, q on algarvud.
2. Millega on võrdne summa
$$S = \varphi(1) + \varphi(2) + \varphi(3) + \varphi(4) + \varphi(5) + \varphi(6) + \varphi(10) + \varphi(12) + \varphi(20) + \varphi(60)?$$
3. Kui palju on naturaalarve, mis ei ole suuremad kui 2020 ja mille suurim ühistegur arvuga 2020 ei ole suurem kui 200?
4. Tõesta, et iga täisarvu a korral $a^{37} \equiv a \pmod{1729}$
5. Olgu $n \in \mathbb{N}$. Tõesta, et $5 \mid 1^n + 2^n + 3^n + 4^n$ parajasti siis, kui $4 \nmid n$.
6. Tõesta, et kui $m, n \in \mathbb{N}$ ja $(m, n) = 1$, siis $m^{\varphi(n)} + n^{\varphi(m)} \equiv 1 \pmod{mn}$.
7. Leia $n \in \mathbb{N}$, kui $n = p^\alpha q^\beta$, $\tau(n) = 6$ ja $\sigma(n) = 28$, kus $p, q \in \mathbb{P}$ ja $\alpha, \beta \in \mathbb{N}$.
8. Olgu $n \in \mathbb{N}$. Tõesta, et

$$\sum_{d|n} \mu(d) \sigma\left(\frac{n}{d}\right) = n,$$

kus d muutub arvu n positiivsete jagajate hulgas.

9. Milliste naturaalarvude n korral $\tau(2n) = \tau(3n)$?
- 10*. Olgu $x \in \mathbb{R}$, kusjuures $|x| < 1$. Arvuta

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\mu(n)x^n}{1-x^n}.$$

- 11*. Leia kõik naturaalarvud n , mille korral $n = \varphi(n) + \mu(n) + \tau(n)$.

1. Teoreem 5.8.
2. Gaussi teoreem 5.11.
3. Lause 5.10.
4. Mooduli tegurdamine ja Fermat' väike teoreem.
5. Fermat' väike teoreem.
6. Euleri teoreem.
7. Teoreem 5.21.
8. Üks võimalus on kasutada teoreemi 5.17.
9. Arvu n standardkuju ja teoreem 5.21.