

Arvuteooria 7. praktikumi ülesanded

1. Lahenda lineaarkongruents $3472x - 917 \equiv 5735 \pmod{2020}$.

2. Lahenda lineaarkongruentside süsteem

$$\begin{cases} 7x \equiv 23 \pmod{5} \\ 8x \equiv 11 \pmod{13} \\ 15x \equiv 2 \pmod{19}. \end{cases}$$

3. Tõesta, et järgmine kongruentside süsteem ei ole lahenduv:

$$\begin{cases} x \equiv 20 \pmod{14} \\ x \equiv 18 \pmod{90} \\ x \equiv -10 \pmod{28}. \end{cases}$$

4. Üks naine kannab korvi munadega. Kui temast kappab mööda hobune, ehmub ta, laseb korvil maha kukkuda ning kõik munad purunevad. Kui temalt küsitakse, kui palju mune oli korvis olnud, mäletab ta ainult, kui neid loendada kahe-, kolme-, nelja- või viiekaupa, jäi üle vastavalt 1, 2, 3 või 4 muna. Mitu muna oli korvis?

5. Lahenda kongruents

$$103x^{103} + 88x^{73} + 210x^{13} + 100 \equiv 0 \pmod{105}.$$

6. Lahenda kongruents

$$x^5 - x^4 + 6x^2 + 15x + 45 \equiv 0 \pmod{675}.$$

7. Tõesta, et iga $n \in \mathbb{N}$ korral leiduvad n järjestikust naturaalarvu, millest igitüks jagub mingi ühest suurema täiskuubiga.

8. Olgu $p \in \mathbb{P}$. Lahenda kongruents

$$x^{p-1} + x^{p-2} + \dots + x^2 + x + 1 \equiv 0 \pmod{p}.$$

9. Koosta tekstiülesanne, mille lahendamiseks saab kasutada Hiina jäägiteoreemi. (Ülesande tekst ja selle lahendus tuleb esitada kirjalikult. Põhimõtteliselt vale lahendusega ülesanne annab 0 punkti. Kõige originaalsema ülesande ja kõige raskema ülesande koostajad saavad kumbki 3-5 punkti sõltuvalt ülesande tasemest. Klooning ülesannete esitajad saavad 0 punkti.)

10* Tõesta, et iga $n \in \mathbb{N}$ korral leiduvad n järjestikust naturaalarvu, millest ükski ei ole algarvu aste.

1. Lause 6.2.
2. Näide 6.7.
3. Näiteks näite 6.8 moodi.
4. Näide 6.8.
5. Tegurdada arvu 105 algteguriteks ja lahendada algtegurite suhtes (kasutada Fermat' väikest teoreemi ja Euleri teoreemi). Siis kasutada Hiina jäägiteoreemi.
6. Näide 6.11.
7. Hiina jäägiteoreem (teoreem 6.6).
8. Fermat' väike teoreem ja teadmine, et $\mathbb{Z}_p$ on nulliteguriteta.