

Seminar 1: Põhikonstruktsioonid sirkli ja joonlauaga

MTMM.00.142 Geomeetria süvendusseminar

10.02.2017

Põhikonstruktsioonid

- ▶ Lõigu poolitamine: $AB/2$ või $\perp AB/2$
- ▶ Sirgele ristsirge konstrueerimine läbi antud punkti: $\perp s(M)$
- ▶ Lõigu otspunktist ristsirge konstrueerimine: $\perp AB(A)$
- ▶ Nurga poolitaja: $\angle ABC/2$
- ▶ Antud nurgaga võrdse nurga konstrueerimine
- ▶ Antud sirgega paralleelse sirge konstrueerimine: $\parallel s(M)$

Arutle partneriga ja anna lahendus või põhjendus järgmistele väidetele

1. Mis tahes kaks tasandil asetsevat sirget lõikuvad mitte rohkem kui ühes punktis.
2. Antud on tasandil asetsev lõik AB . Leidke selle tasandi kõik punktid M , mille jaoks kehtib võrdus $|AM| = |MB|$.

Sümmeetria

Kahte tasandil paiknevat kujundit või joont nim. **sümmeetriliseks** sirge s suhtes, kui ühe kujundi iga punkti jaoks leidub temaga sirge s suhtes sümmeetriline teise kujundi punkt.

Ülesanne. Joonestage sirge, mille suhtes antud punktid C ja C' on sümmeetrilised.

Kahe punkti sümmeetriatelge nim. ka neid punkte ühendava lõigu **keskristsirgeks**.

Ülesanne. Konstrueerige kahe paralleelse sirge sümmeetriatelg.

Lõigu konstrueerimine tema pikkust väljendava valemi järgi

Ülesanne 11. Antud on kolm lõiku pikkustega a , b ja c .
Konstrueerige nende kolme lõigu neljas võrdeline lõik pikkusega

$$x = \frac{bc}{a}.$$

See on samaväärne võrdusega $\frac{a}{b} = \frac{c}{x}$.

(Näpunäide: sarnased kolmnurgad.)

Ülesanne 9. Jaotage lõik AB osadeks AC , CD ja DB nii, et

$$\frac{|AC|}{|CD|} = \frac{1}{2} \text{ ja } \frac{|CD|}{|DB|} = \frac{3}{2}.$$

(Näpunäide: $|AC| : |CD| : |DB| = 3 : 6 : 4$. Joonestage ühest otspunktist tõmmatud kiirele $3 + 6 + 4 = 13$ võrdse pikkusega lõiku. Kiirteteoreem.)

Konstruksioonid, mis toetuvad täisnurkse kolmnurga omadustele

Ülesanne. Olgu antud kaks lõiku pikkustega a ja b . Konstrueerige lõik, mille pikkus on

▶ $x = \sqrt{a^2 + b^2}$

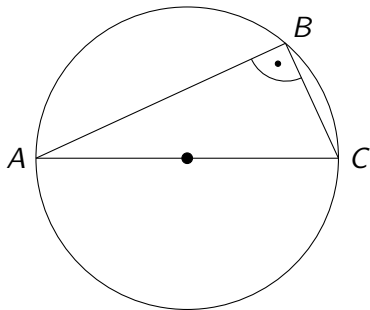
▶ $x = \sqrt{a^2 - b^2}$

▶ $x = \sqrt{ab}$ (geomeetriline keskmine)

Thalese teoreem

Ringjoone diameetrile toetuv piirdenurk on täisnurk.

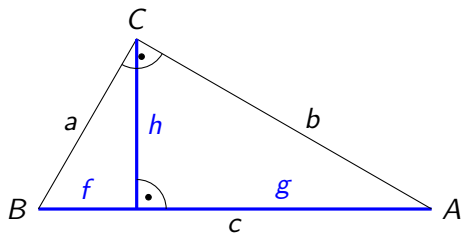
$$\angle ABC = 90^\circ$$



Teoreem täisnurkse kolmnurga kõrgusest

Täisnurkse kolmnurga hüpotenuusile tõmmatud kõrgus on kaatetite projektsioonide geomeetriline keskmine.

$$h = \sqrt{fg} \text{ ehk } h^2 = fg$$

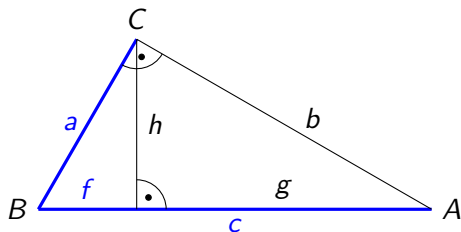


Eukleidese teoreem

Täisnurkse kolmnurga kaatet on oma projektsiooni ja hüpotenuusi geomeetiline keskmine.

$$a = \sqrt{fc} \text{ ehk } a^2 = fc$$

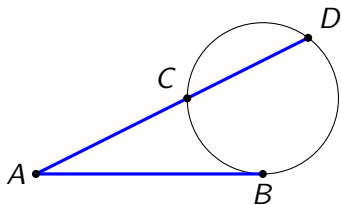
$$b = \sqrt{gc} \text{ ehk } b^2 = gc$$



Teoreem lõikajast ja puutujast

Kui väljaspool ringjoont võetud punktist on ringjoonele tõmmatud lõikaja ja puutuja, siis puutuja lõik antud punktist puutepunktini on keskmine võrdeline lõikaja osadele, mis on võetud antud punktist lõikepunktideni ringjoonega, s.t.

$$|AB|^2 = |AC| \cdot |AD|.$$



Algebraliste avaldistena antud lõikude konstrueerimine

Olgu antud lõigud pikkustega a , b ja c . Te oskate konstrueerida lõike pikkusega

- ▶ ka , kus $k \in \mathbb{Q}$;
- ▶ $\sqrt{a^2 + b^2}$, $\sqrt{a^2 - b^2}$, $\sqrt{ab}$;
- ▶ $\frac{bc}{a}$;
- ▶ $a\sqrt{2}$, $a\sqrt{3}$, $a\sqrt{4}$, $a\sqrt{5}$,

Ülesanne. Millistele konstruktsioonidele taandub lõikude pikkusega x konstrueerimine?

- ▶ $x = \sqrt{a^2 + ab + b^2}$;
- ▶ $(\sqrt{7} - \sqrt{5})a$;
- ▶ $\frac{1}{x} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$;
- ▶ $\sqrt{45}a$;
- ▶ $0,5\sqrt{10}a$;
- ▶ $x = \sqrt{\frac{ab\sqrt{a^2 + b^2}}{\sqrt{a^2 - b^2}}}$?

Kodutöö esimesest seminarist puudujatele

Antud on lõigud pikkustega a , b ja c , $c > a$. Konstrueerige sirkli ja joonlauaga lõik pikkusega x , kui

$$\begin{aligned} \blacktriangleright x &= \frac{bc}{a} \\ \blacktriangleright x &= \frac{a}{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \blacktriangleright x &= \sqrt{c^2 - a^2} \\ \blacktriangleright x &= \sqrt{bc} \\ \blacktriangleright x &= (\sqrt{3} + \sqrt{2})a \end{aligned}$$

Kirjeldage detailselt iga konstruktsiooni, kasutage selleks järgmisi tähistusi:

- $\blacktriangleright r_a(O)$ – ringjoon/kaar raadiusega a ja keskpunktiga O ;
- $\blacktriangleright AB$ – lõik/kiir/sirge AB või selle ülekandmine;
- $\blacktriangleright \rightarrow C$ – [mingi konstruktsioon] määrab punkti C ;
- $\blacktriangleright \perp AB/2$ – lõigu AB keskristsirge;
- $\blacktriangleright \perp s(M)$ – sirge s ristsirge läbi punkti M ;
- $\blacktriangleright \angle ABC/2$ – nurga ABC poolitaja;
- $\blacktriangleright \parallel s(M)$ – sirgega s paralleelne sirge läbi punkti M .