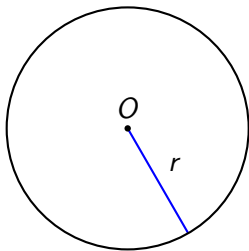


Seminar 3: Ringjoonega seotud geomeetriliste objektide konstrueerimine

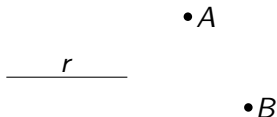
MTMM.00.142 Geomeetria süvendusseminar

21.02.2017

Ringjoon on joon tasandil, mille moodustavad kõik ühest kindlast punktist (ringjoone keskpunktist) võrdsel kaugusel asuvad punktid. Kaugust ringjoone keskpunktist mis tahes ringjoone punktini nimetatakse **raadiuseks** (tähis r).



Ülesanne 1. Konstrueerige läbi kahe etteantud punkti etteantud raadiusega ringjoon (vt joonist). Millistel tingimustel on ülesanne lahenduv?

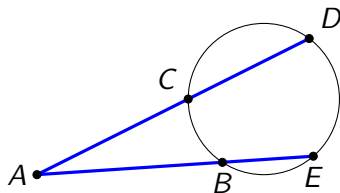


Ülesanne 2. Konstrueerige läbi kolme ühel sirgel mitteasuva punkti ringjoon.

Mitu ringjoont saab joonestada läbi kahe etteantud punkti? Läbi kolme etteantud punkti?

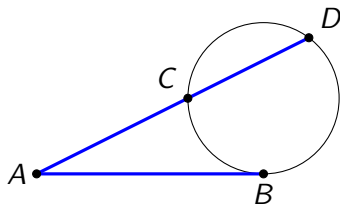
Ülesanne 5. On antud ringjoone kaar. Leidke sirkli ja joonlaua abil ringjoone keskpunkt.

Teoreem ringjoone lõikajatest



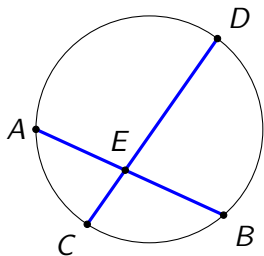
$$|AB| \cdot |AE| = |AC| \cdot |AD|$$

Teoreem jääb kehtima, kui ühest lõikajast saab puutuja.



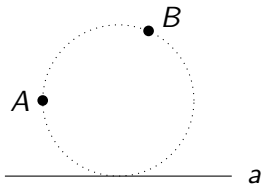
$$|AB|^2 = |AC| \cdot |AD|$$

Teoreem ringjoone kõõludest



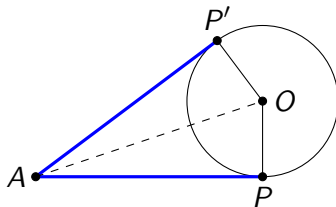
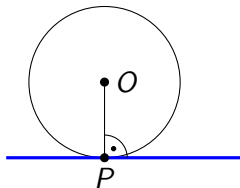
$$|AE| \cdot |EB| = |CE| \cdot |ED|$$

Ülesanne 4. On antud sirge a ja väljaspool seda asuvad punktid A ja B (vt joonist). Konstrueerige ringjoon, mis läbib punkte A ja B ning puutub sirget a . Vaadeldge eraldi juhtumeid, kus lõik AB ja sirge a ei lõiku, lõikuvad. Mitu lahendit on ülesandel? Millest sõltub ülesande lahenduvus? Mis juhtub, kui lõik AB on risti sirgega a ?



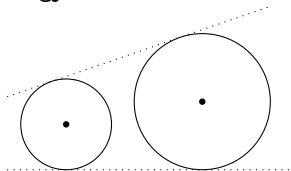
Ringjoone puutuja

- ▶ Ringjoone puutuja on sirge, millel on ringjoonega ainult üks ühine punkt.
- ▶ Ringjoone puutuja on risti puutepunkti tõmmatud raadiusega.
- ▶ Kahe puutuja lõikepunkt on puutepunktidest võrdse kaugusel.
(Miks?)



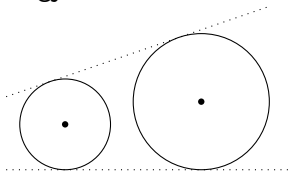
Ülesanne 9. On antud ringjoon ja punkt A , mis ei kuulu ringjoonele. Konstrueerige ringjoone puutuja, mis läbib punkti A .

Ülesanne 10. Joonestage ühine väline puutuja kahele etteantud ringjoonele.



Ülesanne 9. On antud ringjoon ja punkt A , mis ei kuulu ringjoonele. Konstrueerige ringjoone puutuja, mis läbib punkti A .

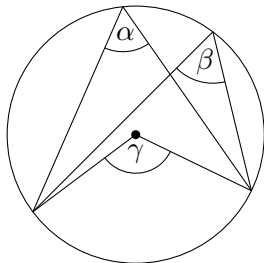
Ülesanne 10. Joonestage ühine väline puutuja kahe etteantud ringjoonele.



Vihje: Olgu väiksema ja suurema ringjoone keskpunktid vastavalt O_1 ja O_2 , raadiused r_1 ja r_2 . Ringjoone $r_{r_2-r_1}(O_2)$ puutuja läbi punkti O_1 on otsitava puutujaga paralleelne.

Piirdenurk ja kesknurk

- ▶ **Piirdenurk** on nurk kahe kõõlu vahel, millel on ühine otspunkt.
- ▶ Ühele ja samale kaarele toetuvad piirdenurgad on võrdsed.
- ▶ Diameetritele toetuv piirdenurk on täisnurk (Thalese teoreem).
- ▶ **Kesknurk** on nurk ringjoone kahe raadiuse vahel.
- ▶ Piirdenurk võrdub poolega samale kaarele toetuvast kesknurgast.



$$\alpha = \beta = \frac{1}{2}\gamma$$

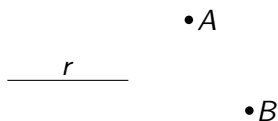
Ülesanne 7. Leidke tasapinna selliste punktide hulk, kust lõik AB on nähtav nurga α all.

Ülesanne 7. Leidke tasapinna selliste punktide hulk, kust lõik AB on nähtav nurga α all.

Ülesanne 12. On antud nurk ja mingi punkt A . Konstrueerige läbi selle punkti sirge, mis eraldab nurgast etteantud übermõõduga kolmnurga. Uurige ülesande lahenduvust.

Kodutöö kolmandast seminarist puudujatele

Ülesanne 1. Konstrueerige läbi kahe etteantud punkti etteantud raadiusega ringjoon (vt joonist). Millistel tingimustel on ülesanne lahenduv?

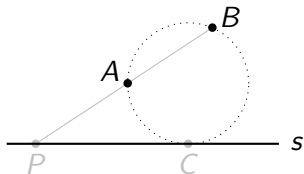


Ülesanne 2. Konstrueerige läbi kolme ühel sirgel mitteasuva punkti ringjoon.

Ülesanne 9. On antud ringjoon ja punkt A , mis ei kuulu ringjoonele. Konstrueerige ringjoone puutuja, mis läbib punkti A .

Kodutöö kolmandast seminarist puudujatele

Ülesanne 4. On antud sirge s ja väljaspool seda asuvad punktid A ja B (vt joonist). Konstrueerige ringjoon, mis läbib punkte A ja B ning puutub sirget s . Lahendage see ülesanne a) juhul kus lõik AB on risti sirgega s , ei lõika seda, b) juhul kus lõik AB on paralleelne sirgega s . Mitu lahendit on ülesandel?



Vihjed: Ülesande a) lahendus tugineb teoreemile lõikajast ja puutujast, mille kohaselt $|PA| \cdot |PB| = |PC|^2$. 1) Konstrueerige suvalise raadiusega ringjoon läbi punktide A ja B . 2) Joonestage sellele ringjoonele puutuja läbi punkti P (ül 9). 3) Olgu puutepunkt C' , siis $|PC'|$ ongi otsitav pikkus $|PC|$, kandke see pikkus sirgele s . 4) Joonestage ringjoon läbi punktide A , B ja C (ül 2).