

Kodutöö nr. 1

2 punkti, tähtaeg 01.03.2017

1. Olgu $A = \mathbb{Q}^2$, $B = \{(x, 1), x \in \mathbb{R}\}$ ja $C = [0, 2)^2 = \{(x, y) : 0 \leq x < 2, 0 \leq y < 2\}$. Leidke hulkade $A \cup B$, $A \cup C$, $C \setminus A$ ja $C \setminus B$ sisemus, raja ning sulund.

2. Tõestage piirväärtuse ε - δ -definitsioonist lähtudes, et

$$\lim_{(x,y,z) \rightarrow (-1,0,1)} \frac{xz^2}{|y|} = -\infty.$$

3. Leidke piirväärtus või tõestage, et piirväärtust ei leidu:

$$\lim_{\|(x,y)\| \rightarrow \infty} \frac{x}{x + \sin y}.$$

4. Tõestage, et kui m muutuja funktsioon $f : D \rightarrow \mathbb{R}$ on pidev ja $f(\mathbf{A}) > 0$, kus $\mathbf{A}$ on piirkonna $D \subset \mathbb{R}^m$ sisepunkt, siis leidub selline ümbrus $U_\varepsilon(\mathbf{A})$, et $f(\mathbf{X}) > 0$ iga $\mathbf{X} \in U_\varepsilon(\mathbf{A})$ korral.

Kodutöö nr. 1

2 punkti, tähtaeg 01.03.2017

1. Olgu $A = \mathbb{Q}^2$, $B = \{(x, 1), x \in \mathbb{R}\}$ ja $C = [0, 2)^2 = \{(x, y) : 0 \leq x < 2, 0 \leq y < 2\}$. Leidke hulkade $A \cup B$, $A \cup C$, $C \setminus A$ ja $C \setminus B$ sisemus, raja ning sulund.

2. Tõestage piirväärtuse ε - δ -definitsioonist lähtudes, et

$$\lim_{(x,y,z) \rightarrow (-1,0,1)} \frac{xz^2}{|y|} = -\infty.$$

3. Leidke piirväärtus või tõestage, et piirväärtust ei leidu:

$$\lim_{\|(x,y)\| \rightarrow \infty} \frac{x}{x + \sin y}.$$

4. Tõestage, et kui m muutuja funktsioon $f : D \rightarrow \mathbb{R}$ on pidev ja $f(\mathbf{A}) > 0$, kus $\mathbf{A}$ on piirkonna $D \subset \mathbb{R}^m$ sisepunkt, siis leidub selline ümbrus $U_\varepsilon(\mathbf{A})$, et $f(\mathbf{X}) > 0$ iga $\mathbf{X} \in U_\varepsilon(\mathbf{A})$ korral.