

Kodutöö nr. 2

2 punkti, tähtaeg 08.03.2017

1. Joonistage funktsiooni

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^3 y}{x^2 + y^2}, & \text{kui } (x, y) \neq \mathbf{0}, \\ 0, & \text{kui } (x, y) = \mathbf{0}; \end{cases}$$

graafik. Tehke kindlaks, kas funktsioonil f leiduvad punktis $\mathbf{0} = (0, 0)$ osatuletised mõlema muutuja järgi, kas f on pidev punktis $\mathbf{0}$, kas f on diferentseeruv punktis $\mathbf{0}$, kas f on kaks korda diferentseeruv punktis $\mathbf{0}$.

2. Olgu kahe muutuja funktsioonid f ja g diferentseeruvad punktis $\mathbf{A}$. Tõestage, et siis ka $f + g$ on diferentseeruv punktis $\mathbf{A}$ ning $d(f + g) = df + dg$.

3. Olgu antud kahe muutuja funktsioon $f: D \rightarrow \mathbb{R}$. Olgu f pidev punktis $\mathbf{A} \in D^\circ$ ning leidugu arv $\delta > 0$ omadusega, et iga $\mathbf{X} \in U_\delta(\mathbf{A}) \setminus \{\mathbf{A}\}$ korral

$$\frac{\partial f}{\partial \mathbf{A}\mathbf{X}}(\mathbf{X}) > 0.$$

Tõestage üksikasjalikult, et iga $\mathbf{X} \in U_\delta(\mathbf{A}) \setminus \{\mathbf{A}\}$ korral $f(\mathbf{X}) > f(\mathbf{A})$. (Teisisõnu tõestage, et funktsioonil f on punktis $\mathbf{A}$ range lokaalne miinimum.)