

12 Soojusjuhtivuse võrrand. Crank'i-Nicolson'i meetod.

Vaatleme soojusjuhtivuse võrrandit

$$u_t(x, t) = 2 \cdot u_{xx}(x, t), \quad x \in [0, 1], \quad t \in [0, 1], \quad (12.1)$$

kus alghetkel $t = 0$ lahend $u(x, t)$ rahuldab algtingimust

$$u(x, 0) = e^x, \quad x \in [0, 1]. \quad (12.2)$$

ning lisaks on antud rajatingimused

$$u(0, t) = e^{2t}, \quad u(1, t) = e^{2t+1}, \quad t \in [0, 1]. \quad (12.3)$$

12.1 Praktikum ülesanded

1. Näidake, et soojusjuhtivuse ülesande (12.1)-(12.3), täpseks lahendiks sobib $u(x, t) = e^{2t+x}$.
2. Lahendage soojusjuhtivuse ülesanne (12.1)-(12.3) Crank'i-Nicolson'i meetodiga.
3. Täitke järgmine tabel (siin $u(0.5, 1)$ on täpne väärtus ja $\tilde{u}(0.5, 1)$ on Crank'i-Nicolson'i meetodiga leitud).

Samm($\Delta t = \Delta x$)	$u(0.5, 1)$	$\tilde{u}(0.5, 1)$	viga
0.02			
0.01			
0.005			

4. Lahendage soojusjuhtivuse ülesanne (12.1)-(12.3) diferentsmeetodiga (vt eelmist praktikumi).
5. Täitke järgmine tabel (siin $u(0.5, 1)$ on täpne väärtus ja $\hat{u}(0.5, 1)$ on diferentsmeetodiga leitud).

Samm($\Delta t = \Delta x$)	$u(0.5, 1)$	$\hat{u}(0.5, 1)$	viga
0.02			
0.01			
0.005			