

1 Ligikaudne sammul tekkiv viga. Runge-Kutta 2/3 järku paarid

1. Valime maksimaalse lubatud suhtelise vea $\varepsilon > 0$ ja algsammu $h > 0$.

2. Iga while-tsükli sammu korral arvutame 2. järku trapetsmeetodiga

$$w = y_i + h \cdot \frac{K_1 + K_2}{2}$$

ning ühe 3. järku Runge-Kutta meetodiga

$$y_{i+1} = y_i + h \cdot \frac{K_1 + K_2 + 4 \cdot K_3}{6},$$

$$K_1 = f(x_i, y_i),$$

$$K_2 = f(x_i + h, y_i + h \cdot K_1),$$

$$K_3 = f\left(x_i + \frac{h}{2}, y_i + \frac{h}{4} \cdot (K_1 + K_2)\right).$$

3. Arvutame ligikaudse sammul tekkiva vea

$$E \approx |w - y_{i+1}| = h \cdot \frac{|K_1 + K_2 - 2 \cdot K_3|}{3}.$$

4. While-tsükli lõpetamise tingimus on sõlmede jada viimase elemendi “jõudmine” osalõigu $[a, b]$ parempoolsesse otspunkti.

```
while solmed[-1] < b :
```

5. Kui kehtib tingimus

$$E < \varepsilon \cdot |yy|,$$

siis leitud yy sobib ja me lisame sõlme $x_i + h$ ning lähislahendi yy vastavate vektorite lõppu.

```
solmed = [a]
lahisl = [y0]
.....
if relviga*np.abs(yy) > sammuviga :
    solmed.append(x+h)
    lahisl.append(yy)
.....
solmed = np.array(solmed)
lahisl = np.array(lahisl)
```

6. Sõltumata täpsusest, muudame tsükli lõpus sammu pikkust järgmise valemi alusel. Uus h väärtus võib olla nii pikem kui lühem vanast väärtusest.

$$h_{uus} = 0.8 \cdot \left(\frac{\varepsilon \cdot |yy|}{E} \right)^{\frac{1}{3}} \cdot h_{vana}.$$

2 Praktikumi ülesanne

Kirjutage protseduur Runge-Kutta 2/3 paaride jaoks, testülesandeks on

$$y' = y^2, \quad y(0) = 1, \quad x \in [0, 0.99].$$

Leidke lähislahend täpsusega $\varepsilon = 10^{-3}$ ja $\varepsilon = 10^{-8}$. Kuvage ekraanile, mitu sõlme kasutati, milline on tegelik absoluutne viga $\|y - y_N\|$ ja milline suhteline viga $\frac{\|y - y_N\|}{\|y_N\|}$, kus täpne lahend on $y(x) = \frac{1}{1-x}$. Ei oleks halb ka teada, milline oli maksimaalne ja minimaalne sammu pikkus (või nende vaheline suhe). Viimase saab kätte sõlmede vektorist.