

4 Ilmutamata meetodid

Seni oleme vaadelnud nn. „ilmutatud“ meetodeid (*explicit*), kus igal sammul arvutatakse y_{i+1} asub ainult võrrandi $y_{i+1} = y_i + \Delta y_i$ vasakul poolel.

Definitsioon 4.1. Võrrandit $y_{i+1} = y_i + \Delta y_i$ nimetatakse „ilmutamata“ võrrandiks (*implicit*), kui tundmatu y_{i+1} asub ka võrrandi paremal pool liikmes Δy_i .

Osutub, et ilmutamata meetodid sobivad jääkade diferentsiaalvõrrandite lahendamiseks palju paremini, kui ilmutatud meetodid.

4.1 Tagurpidi sammuga Euler'i meetod

Olgu meil antud sammu pikkus h . Siis **tagurpidi sammuga Euler'i meetodiks** nimetatakse järgmist ilmutamata meetodit:

$$y_{i+1} = y_i + h f(x_i + h, y_{i+1}), \quad i = 0, 1, 2, \dots \quad (4.1)$$

Erinevalt tavalisest Euler'i meetodist, arvutatakse vektori tõus mitte punktis x_i , vaid järgmises punktis $x_{i+1} = x_i + h$. Probleem on aga selles, et me ei tea y_{i+1} väärtust.

4.2 Ilmutamata Runge-Kutta meetodid

Näide kaheetapilisest neljandat järku meetodist (Gauss-Legendre).

$$\begin{aligned} y_{i+1} &= y_i + \frac{h}{2}(k_1 + k_2), \quad i = 0, 1, 2, \dots \\ c_1 &= \frac{3 - \sqrt{3}}{6}, \quad c_2 = \frac{3 + \sqrt{3}}{6}, \\ a_{11} &= \frac{1}{4}, \quad a_{12} = \frac{3 - 2\sqrt{3}}{12}, \\ a_{21} &= \frac{3 + 2\sqrt{3}}{12}, \quad a_{22} = \frac{1}{4}, \\ k_j &= f(x_i + c_j h, y_i + h(a_{j1}k_1 + a_{j2}k_2)), \quad j = 1, 2. \end{aligned}$$

4.3 Praktikumi ülesanne

Kirjutage protseduurid tagurpidi sammuga Euler'i ja Gauss-Legendre'i meetodite jaoks, testülesanne on

$$y' = -15y, \quad y(0) = 1, \quad x \in [0, 1.5].$$