

Palun kirjutage lahenduste lehele oma nimi ja variandi tähis.

Ülesannete leht ja mustandipaberid **tuleb** ära anda koos valminud tööga.

Elektrooniliste abivahendite kasutamine ei ole lubatud.

L2-L3 - mõisted, omadused ja teoreemid

Ülesanne 1

(11 p) Algebra ja geomeetria.

- (a) (4 p) Defineerige vektorsüsteemi lineaarne sõltuvus ja sõltumatus. Tooge näide kahest lineaarselt sõltuvast funktsioonist vektorruumis $C[0, 1]$ (kõigi lõigul $[0, 1]$ pidevate funktsioonide ruum).
- (b) (2 p) Defineerige vektorruumi baas.
- (c) (3 p) Defineerige vektorkorrutis. Skitseerige joonis. Sõnastage kaks vektorkorrutise omadust. Esitage vektorkorrutise arvutamise valem koordinaatkujul.
- (d) (2 p) Esitage üks sirge võrrand ruumis, selgitage muutujate tähendused.

Ülesanne 2

(22 p) Matemaatiline analüüs.

- (a) (4 p) Defineerige arvrea summa ja sõnastage arvrea koondumise tarvilik tingimus (hajumise tunnus). Tooge näide arvrea kohta, mis hajub.
- (b) (5 p) Defineerige kahe muutuja funktsiooni esimest järku osatuletised, esitage osatuletiste valemid definitsiooni põhjal. Tooge näide kahe muutuja funktsioonist $f(x, y)$, mille osatuletis argumenti x järgi punktis $(0, 3)$ on võrdne 2.
- (c) (10 p) Defineerige kahe muutuja funktsiooni täisdiferentsiaal ja tuletage täisdiferentsiaali valem.
- (d) (3 p) Defineerige kahekordne integraal. Milline on kahekordse integraali geomeetriline tõlgendus? Leidke kahekordne integraal

$$\iint_D 7 \, dx dy$$

kui integreerimispiirkonnaks on ruut küljepikkusega $a = 3$ ühikut.

Ülesanne 3

(22 p) Diferentsiaalvõrrandid.

- (a) (6 p) Nimetage järgnevate diferentsiaalvõrrandite liigid, esitage nende üldkuju (muutujate selgitus) ja lahendusmeetodid (näiteks muutuja vahetuse avaldis)

$$a) y' + 2xy = x^2; \quad b) y' = \frac{2x + y - 5}{5x - 3y + 1}; \quad c) y' + y \sin(x) = y^3 x.$$

- (b) (10 p) Defineerige esimest järku homogeenne diferentsiaalvõrrand ja tuletage võrrandi üldlahend üldkujul.

- (c) (2 p) Kirjutage välja diferentsiaalvõrrandi $y'' + ay' + by = 0$ liik ja üldlahend, kui on teada temale vastava karakteristliku võrrandi $k^2 + ak + b = 0$ lahendid:

$$a) k_1 = 2; k_2 = 1; \quad b) k_1 = k_2 = 3; \quad c) k_{1,2} = 4i.$$

- (d) (2 p) Esitage avaldis, millisel kujul tuleks otsida diferentsiaalvõrrandi $y'' + 2y' + y = F(x)$ erilahendit järgmistel juhtudel

$$a) F(x) = x^3 + x; \quad b) F(x) = 6e^{-x}; \quad c) F(x) = x^2 \cos(2x).$$

- (e) (2 p) Defineerige osatuletistega diferentsiaalvõrrand. Esitage esimest järku osatuletistega diferentsiaalvõrrandi üldkujul kahe sõltumatu muutuja korral. Tooge näide võrrandi lahendamise kohta.

L1 - loengupunktid või tõestus**Ülesanne 4**

(10p) Sõnastage ja tõestage teoreem ilmutamata funktsiooni tuletise kohta.

P1 - viimased praktikumid**Ülesanne 5**

(10p) Lahendage lineaarne diferentsiaalvõrrandite süsteem

$$\begin{cases} y' = z + e^{2x} \\ z' = 4y + 8 \end{cases},$$

kus otsitavateks funktsioonideks on $y = y(x)$ ja $z = z(x)$.