

Geomeetria

Ülesanded on Prasolovi kogust.

1. (ülesandekogus 1.6)

Rööpküliku $ABCD$ küljele AD on märgitud punkt P nii, et $|AP| : |AD| = 1 : n$. Lõikude AC ja BP lõikumiskoht on tähistatud Q . Tõestage, et $|AQ| : |AC| = 1 : (n + 1)$.

2. (ülesandekogus 1.11)

Punktid A ja B eraldavad ringjoonest keskpunktiga O välja kaare nurgaga 60° . Sellel kaarel on võetud punkt M . Tõestage, et sirge, mis läbib lõikude MA ja OB keskpunkte on risti sirgega, mis läbib MB ja OA keskpunkte.

3. (ülesandekogus 1.22)

Rööpküliku $ABCD$ külgedele BC ja CD (või nende pikendustele) on tõmmatud ristkõigud AM ja AN . Tõestage, et $\triangle MAN \sim \triangle ABC$.

4. (ülesandekogus 2.2)

Kaks ringjoont lõikuvad punktis M ja K . Nendest on läbi tõmmatud vastavalt sirged AB ja CD , mis lõikuvad esimest ringjoont punktides A ja C ning teist punktides B ja D . Tõestage, et $AC \parallel BD$.

5. (ülesandekogus 2.3)

Nurga A sisepiirkonnas asub punkt M , millest on tõmmatud nurga haaradele ristsirged MP ja MQ . Punktist A on tõmmatud ristsirge AK lõigule PQ . Tõestage, et $\angle PAK = \angle MAQ$.

6. (ülesandekogus 2.6)

Ruudu $ABCD$ diagonaal langeb kokku täisnurkse kolmnurga ACK hüpotenuusiga, kusjuures punktid B ja K asuvad ühel pool sirget. Tõestage, et $BK = |AK - CK|/\sqrt{2}$ ja $DK = |AK + CK|/\sqrt{2}$.

7. (ülesandekogus 2.41)

Täisnurkse kolmnurga ABC kaatetile BC on asetatud suvaliselt punkt M . Punktist M on tõmmatud hüpotenuusile ristsirge MN . Tõestage, et $\angle MAN = \angle MCN$.

8. (ülesandekogus 2.68)

Olgu kolmnurk ABC , mille küljed AC ja BC ei ole võrdsed. Tõestage, et punktist C väljuv nurgapoolitaja poolitab kolmnurga kõrguse ja mediaani vahel oleva nurga parajasti siis kui $\angle C = 60^\circ$.