

Analoog-digitaal muundamisest ja üleüldse

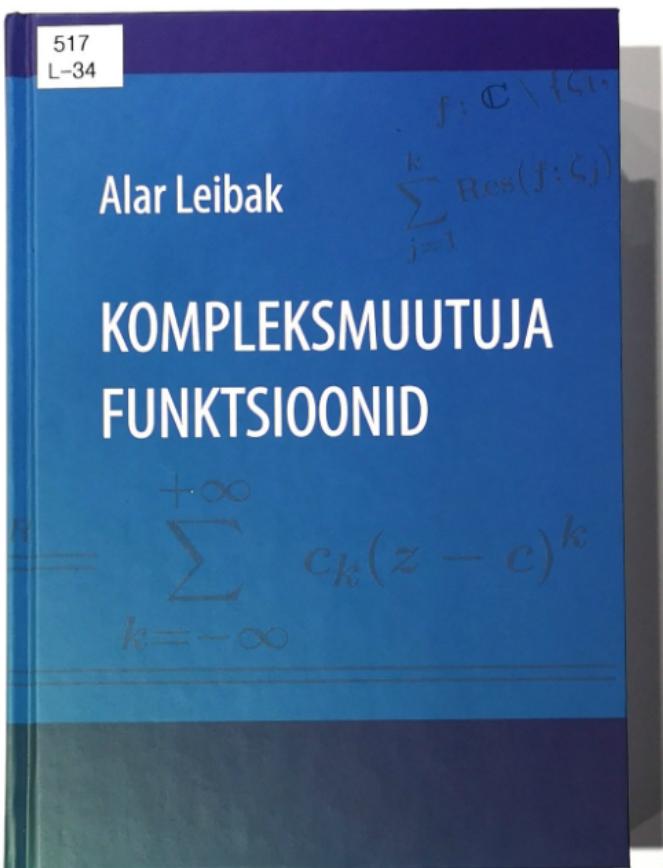
Olga Graf

Technische Universität München

Sissejuhatus matemaatika erialasse
Tartu Ülikool
4. oktoober 2018

Minu lugu

- algkoolist saadik käisin kunstiringis ja mängisin klaverit
- lõpetasin Tallinna Humanitaargümnaasiumi
- sain bakalaureuse/magistrikraadi Eesti Kunstiakadeemiast
- teenisin oma esimest raha kunstnikuna ja tõlkijana



Eessõna

<...> See raamat on valminud loengute põhjal, mid autor on aastaid Tallinna Tehnikaülikoolis lugenud ning külalisoengute põhjal, mida autor luges Šiauliai ülikoolis 2013. aasta septembris ja 2014. aasta veebruaaris. Tallinna Tehnikaülikoolis osalesid loengutes peamiselt tehnilise füüsika eriala üliõpilased, kuid oli ka magistrante ja doktorante teistest teaduskondadest ning külalisi üliõpilasi Tallinna Ülikoolist ja Eesti Kunstiakadeemiast. <...>

- sain magistrikraadi TTÜ-st rakendusmatemaatika alal (cum laude)
- astusin TTÜ-sse rakendusmatemaatika doktorantuuri
- vahetussemester USAs, New Mexico Ülikoolis (õppisin matemaatika kõrval signaalitöötlust)
- töötasin matemaatika tuutorina (Ericssoni heategevusprojekt Tallinna Lastekodus)
- andsin harjutustunde TTÜs (mat. analüüs, tõenäosusteooria, diff. võrrandid)
- jätkasin uurimistööd/õpinguid Saksamaal
- kirjutan doktoritööd matemaatika valdkonnas (Müncheni Tehnikaülikoolis, hiljuti käisin Massachusettsi Tehnoloogiaülikoolis)

MIT edetabelites



	2019	2018	2017	2016	2015	2014	2013	2012	2011	2010
Place	1	1	1	1	1	1	1	1	3	5



	2019	2018	2017	2016	2015	2014	2013	2012	2011	2010
Place	N/A	4	4	5	3	3	4	3	3	4



	2019	2018	2017	2016	2015	2014	2013	2012	2011	2010
Place	4	5	5	5	5	6	5	5	7	3

Minu isiklik edetabel kujuneb hoopis niimoodi...

- "Dropbox" -----> MIT tudengite startup
 - "Khan Academy" -----> asutatud MIT vlistlase poolt
 - "Butterfly effect" -----> termini autoriks on MIT vlistlane/professor
 - "CAD software" -----> CADi eelkäija loodud MIT tudengi poolt
 - "Huffmann coding" -----> loodud MIT tudengi poolt
 - "Shannon sampling theorem" -----> tõestatud MIT vlistlase/professori poolt
 - "SCRATCH programmeerimiskeel" -----> loodud MIT Media Lab-is
- ja palju muud...

Mõningaid muljeid ülikoolist...

- Igalühel väga kõrged standardid

- Igaüks on väga pühendunud

Dear Olga,

It is my great pleasure to invite you to extend our collaborative research on the framework of Unlimited Sensing and One-Bit Sigma-Delta Quantization.

You are most welcome to visit me at the Massachusetts Institute of Technology **for the period from August 05, 2018 to August 25, 2018.**

I look forward to seeing you at MIT in August.



Ayush Bhandari



ametlik kutse, kus alguspäevaks on 5. august - aga see on ju pühapäev!

**kirjavahetus pärast saabumist
- hakkasime pihta juba laupäeval!**



AUG 4TH, 7:30PM

I am already in Boston, everything's working well so far. We should set up some time for a meeting soon. In your letter you put Aug 5. Did you mean starting on Sunday or rather on Monday?



How wonderful! Would you like to meet today just to walk around a bit and see the city.

...



Since you are on a short stay, we can make a head start to the city and collaboration!

- Interdistsiplinaarsus,
avatus koostööle



mit
media
lab



affective
computing



biomechatronics



camera
culture



changing
places



civic
media



design
fiction



fluid
interfaces



human
dynamics



lifelong
kindergarten



macro
connections



mediated
matter



molecular
machines



object-based
media



opera of
the future



personal
robots



playful
systems



responsive
environments



social
computing



social
machines



speech +
mobility



synthetic
neurobiology



tangible
media



viral
communications



FACT: Of the roughly 120 Ph.D. students at the Math Department, about 2/3 are in Pure Mathematics, 1/3 in Applied Mathematics.

"I am often asked why there are so few applied mathematicians in the department at MIT. The reason is that all of MIT is one huge applied mathematics department; you can find applied mathematicians in practically every department at MIT except mathematics."

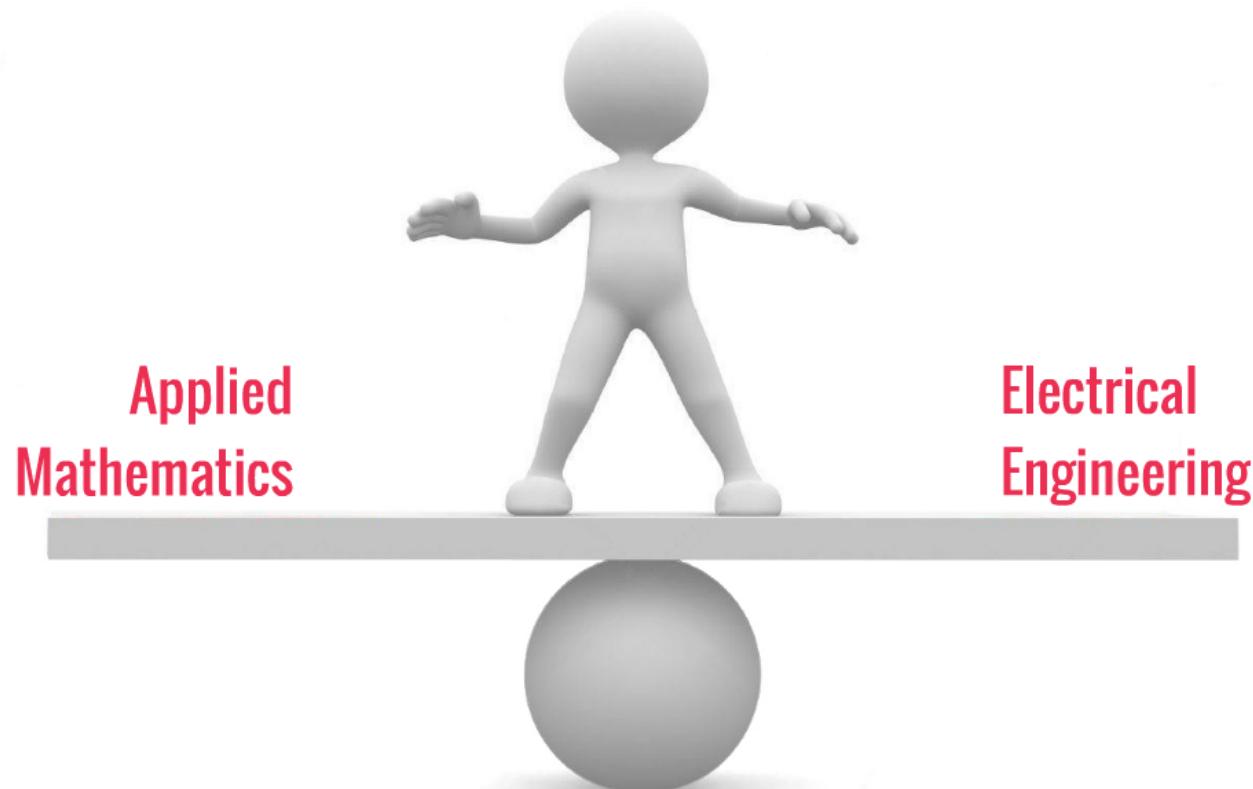
Gian-Carlo Rota

- Avatud maailmale



- **MIT OpenCourseWare** - õppematerjalide andmebaas (videoloengud, konspektid, ülesanded)
- **MITx** - online kursused kõigile
- **MIT Museum**
- Üldpublikule avatud loengud ja muud üritused
- Iga päev tasuta ekskursioonid kampusel

Millega mina tegelen?

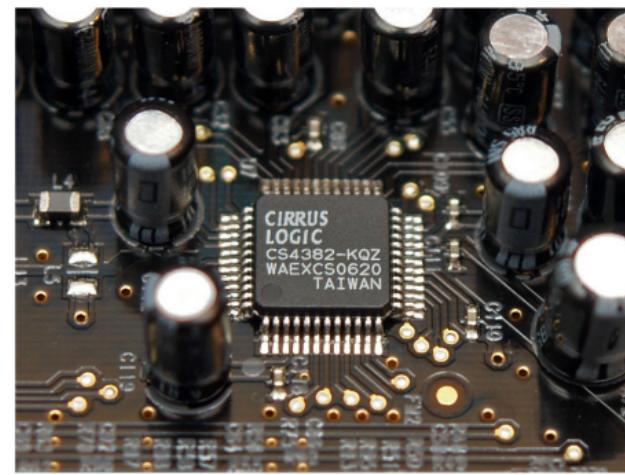


Millest mina täna räägin?

- Matemaatika A/D- ja D/A-muundamise taga
- 1-bitine Sigma Delta kvantimine
- Mida mina kõige sellega teen?

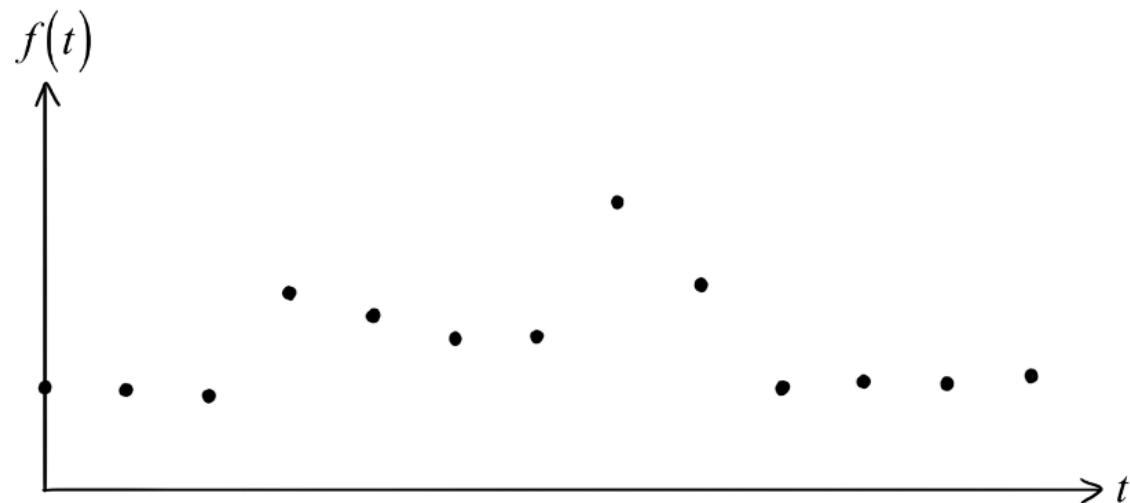


ADC

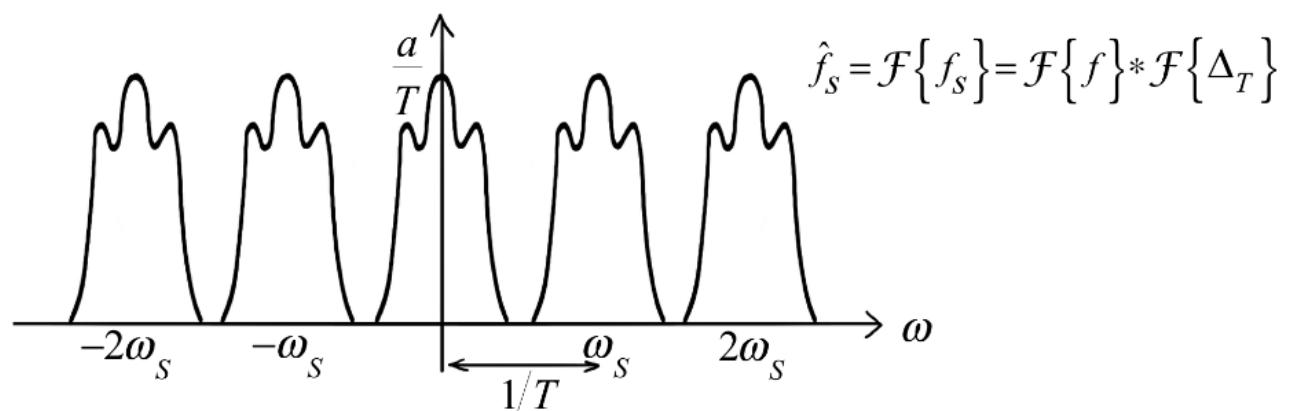
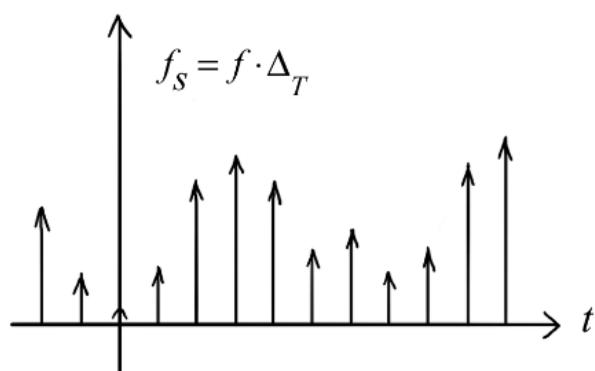
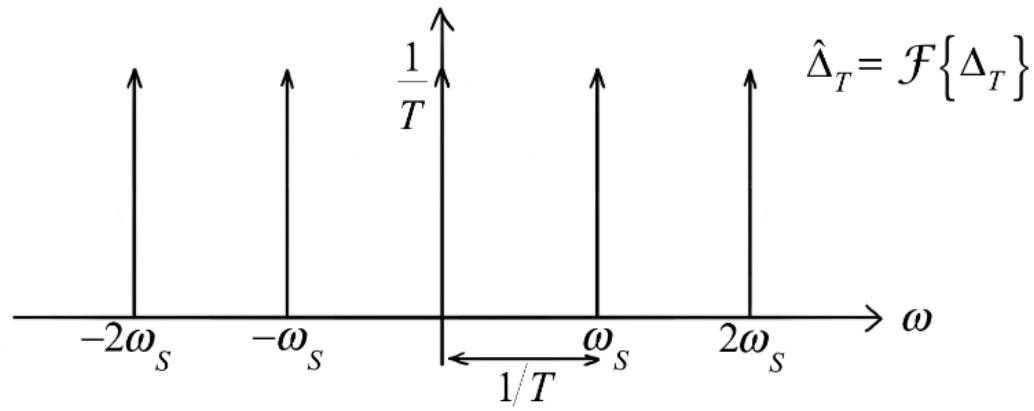
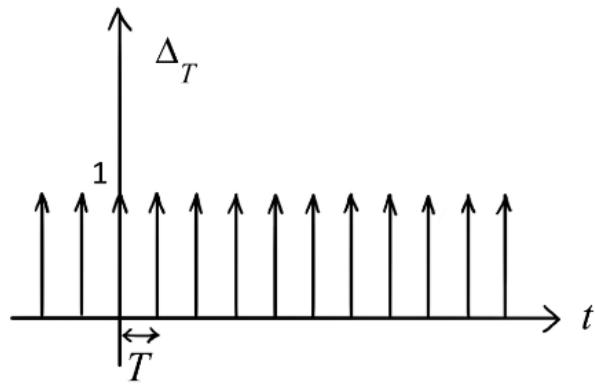
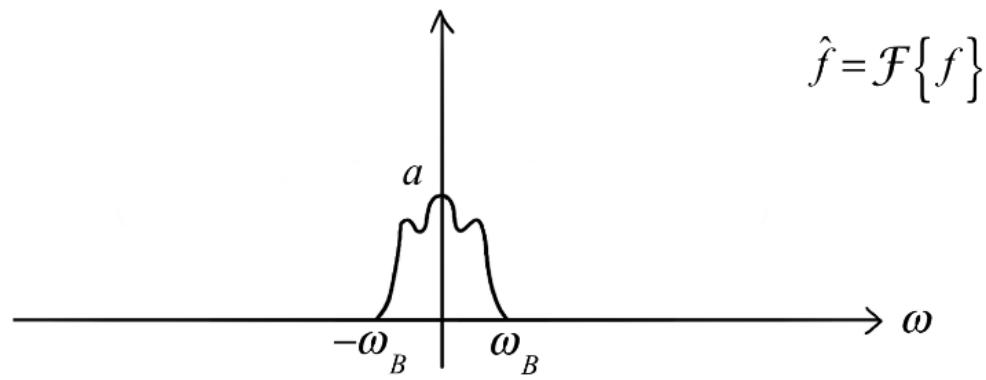
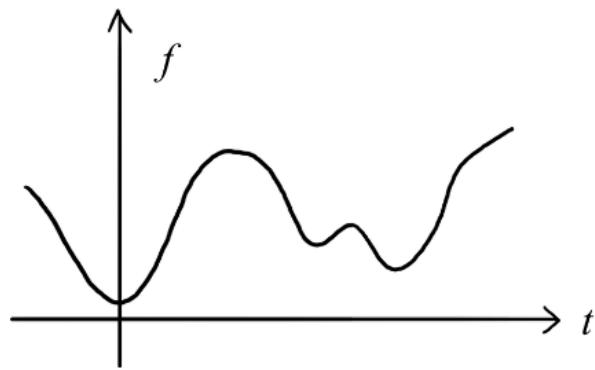


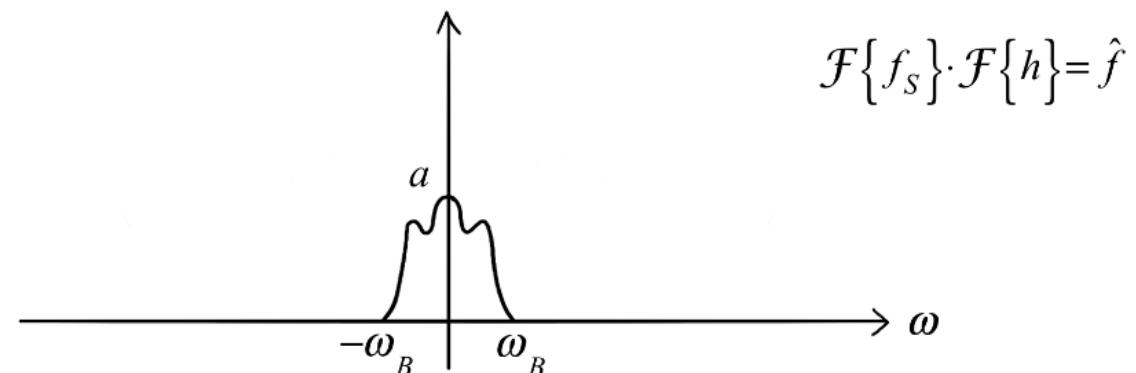
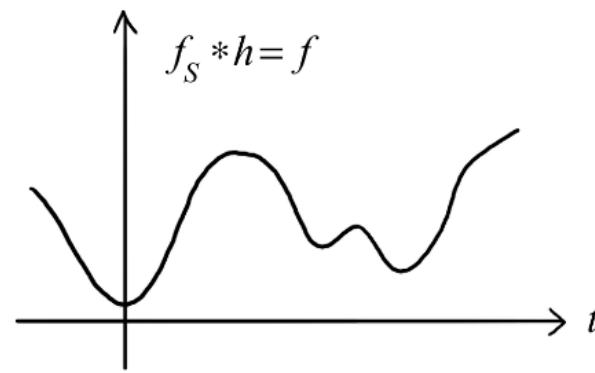
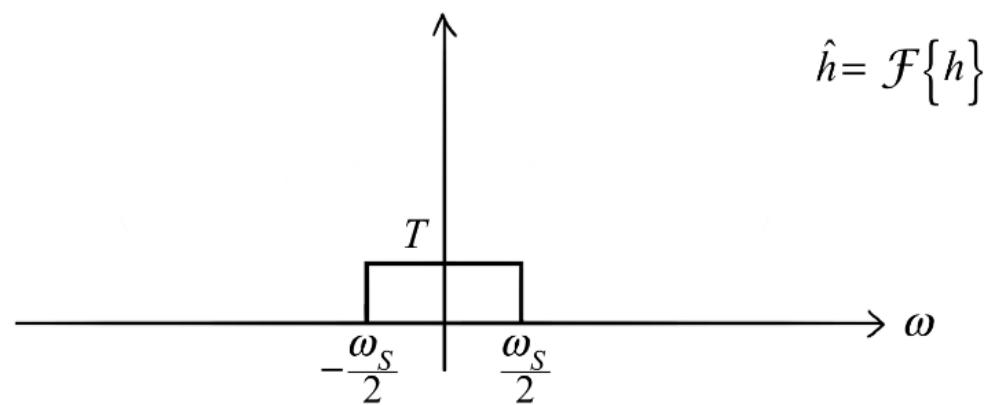
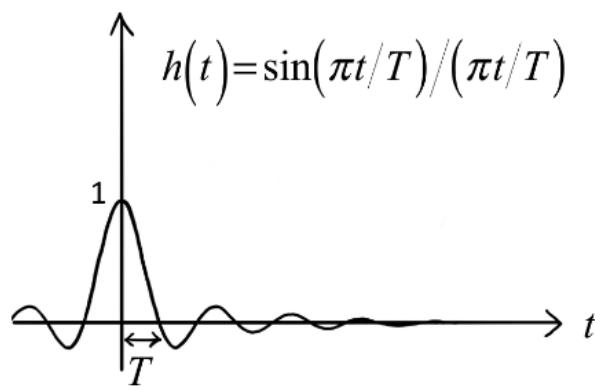
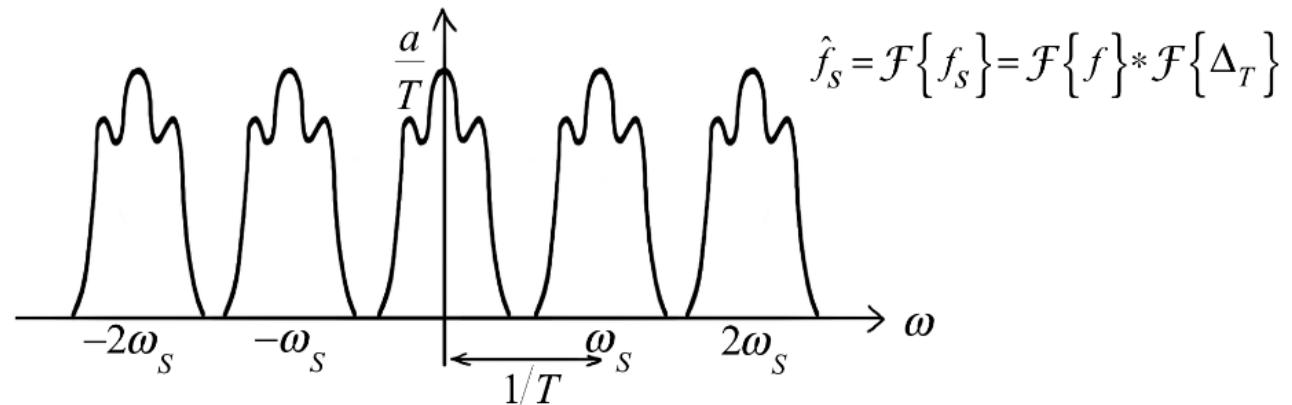
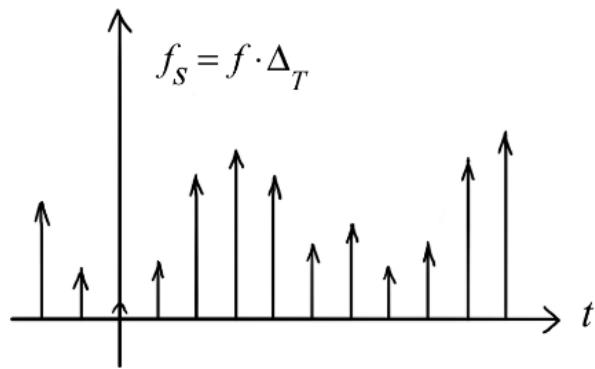
DAC

Valimi võtmine ehk sämplimine ehk diskreetimine



Kuidas pidevat funktsiooni taastada?





$$\Delta_T(t) = \sum_{n \in \mathbb{Z}} \delta(t - nT)$$

$$\hat{\Delta}_T(\omega) = \mathcal{F}\{\Delta_T(t)\} = \frac{1}{T} \Delta_{\frac{1}{T}}(\omega)$$

$$f_s(t) = (f \cdot \Delta_T)(t) = \sum_{n \in \mathbb{Z}} f(nT) \delta(t - nT)$$

$$\hat{f}_s(\omega) = \mathcal{F}\{f_s(t)\} = \mathcal{F}\{(f \cdot \Delta_T)(t)\} = (\mathcal{F}\{(f)\} * \mathcal{F}\{(\Delta_T)\})(\omega) = \sum_{n \in \mathbb{Z}} \frac{1}{T} \hat{f}\left(\omega - \frac{n}{T}\right)$$

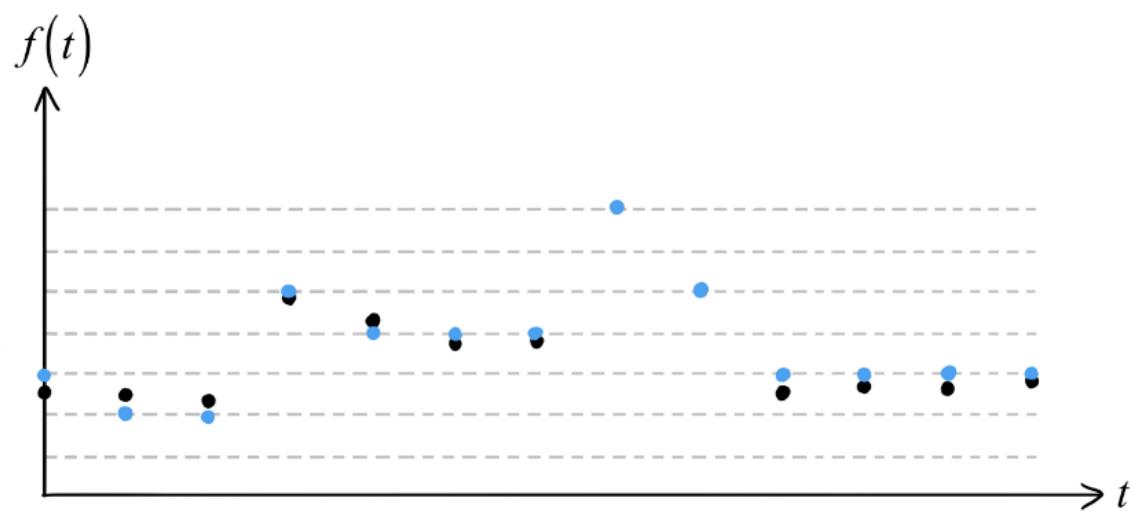
$$\begin{aligned} f(t) &= \mathcal{F}^{-1}\left[\left(\mathcal{F}\{f_s\} \cdot \mathcal{F}\{h\}\right)(\omega)\right] = \mathcal{F}^{-1}\left[\mathcal{F}\{(f_s * h)(t)\}\right] = (f_s * h)(t) = \\ &= \sum_{n \in \mathbb{Z}} f(nT) h(t - nT) = \sum_{n \in \mathbb{Z}} f(nT) \frac{\sin(\pi(t - nT)/T)}{\pi(t - nT)/T} \end{aligned}$$

Sämplimisteoreem

Olgu funktsioonist $f(t)$ võetud võrdsete vahedega sämplid: $f(nT)$, $n \in \mathbb{Z}$, ja olgu $f(t)$ piiratud ribaga funktsioon (s.t. $\hat{f}(\omega) = 0, |\omega| > \omega_B$).

Kui $\omega_s := \frac{1}{T} > 2\omega_B$, siis $f(t)$ on üheselt taastatav madalpääsfilttri abil.

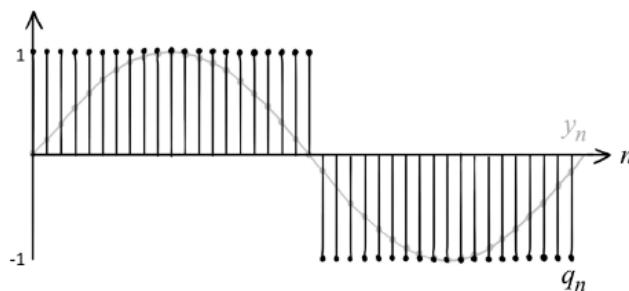
Kvantimine ehk muutumispiirkonna diskreetimine



1-bitine Sigma Delta kvantimine

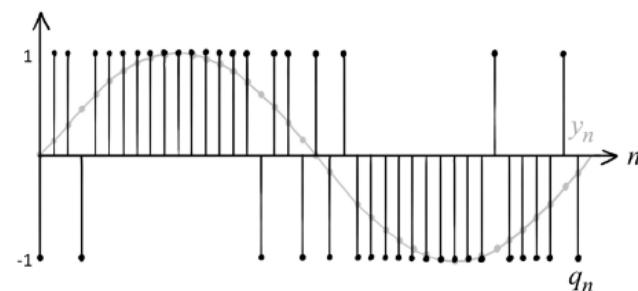
Ümardamine: nõuab kõrget resolutsiooni (riistvaras raske teostada)

1-bit Sigma Delta: nõuab kõrget sämplimissagedust (riistvaras lihtne teostada) ja väga madalat resolutsiooni



Näide naiivsest 1-bitisest kvantimisest

$$y_n = f(nT)$$
$$q_n = \text{sign}(y_n)$$



1-bitine kvantimine Sigma Delta moel

$$\begin{cases} q_n = \text{sign}(v_{n-1} + y_n) \\ v_n = v_{n-1} + y_n - q_n \end{cases}$$

Näide

Intuition behind:

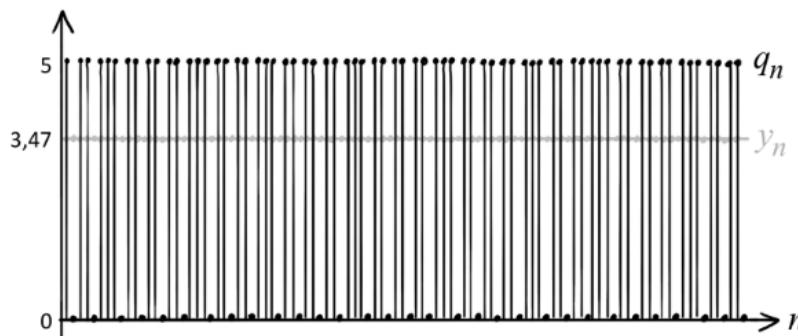
Every day student buys a coffee for €3.47. Coffee shop on campus does not accept credit cards (this is the reality in Munich!) and dealing with small coins is inconvenient.

Therefore, the student and the coffee shop have an agreement:

- If student owes more than €2.50, he pays €5.
- If student owes less than €2.50, he pays nothing.
- Student keeps track of how much he owes.

Day 1	Day 2	Day 3	
 €3.47 Paid : €5 <hr/> Owes : -€1.53	 €3.47 Paid : €0 <hr/> Owes : €1.94	 €3.47 Paid : €5 <hr/> Owes : €0.41	

Day 1	Day 2	Day 3
 €3.47 Paid : €5 <hr/> Owes : -€1.53	 €3.47 Paid : €0 <hr/> Owes : €1.94	 €3.47 Paid : €5 <hr/> Owes : €0.41



$$y = 3.47$$

$$\begin{cases} q_n = \begin{cases} 5, & \text{kui } v_{n-1} + y_n > 2.5 \\ 0, & \text{kui } v_{n-1} + y_n < 2.5 \end{cases} \\ v_n = v_{n-1} + y_n - q_n \end{cases}$$

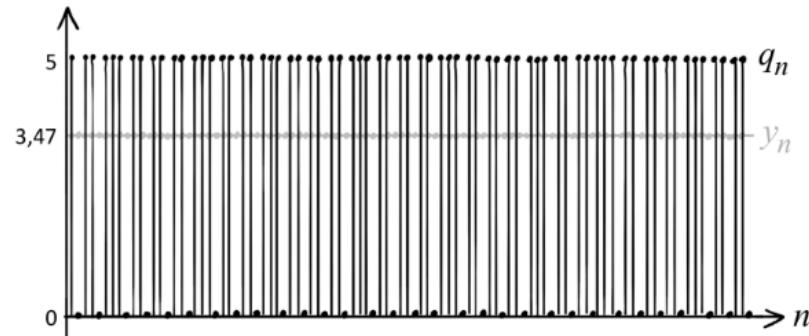
Arvutame vahe tegeliku hinna ja makstud summa (keskmiselt päeva kohta) vahel.

Pärast n-ndat päeva saame

$$y - \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n q_k = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n (y_k - q_k) = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n (v_k - v_{k-1}) =$$

$$\frac{1}{n} \left[\sum_{k=1}^n v_k - \sum_{k=1}^n v_{k-1} \right] = \frac{1}{n} (v_0 + v_n) = \frac{v_n}{n}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{v_n}{n} = 0$$



$$y = 3.47$$

$$\begin{cases} q_n = \begin{cases} 5, & \text{kui } v_{n-1} + y_n > 2.5 \\ 0, & \text{kui } v_{n-1} + y_n < 2.5 \end{cases} \\ v_n = v_{n-1} + y_n - q_n \end{cases}$$

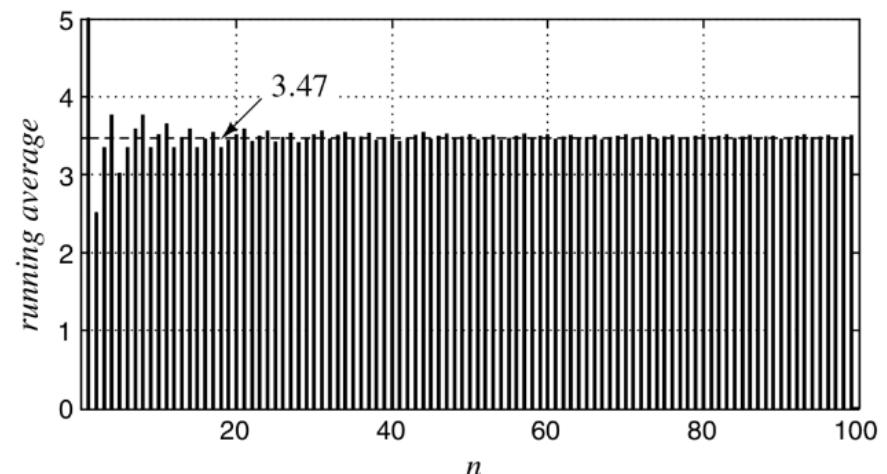
Arvutame vahe tegeliku hinna ja makstud summa (keskmiselt päeva kohta) vahel.

Pärast n-ndat päeva saame

$$y - \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n q_k = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n (y_k - q_k) = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n (v_k - v_{k-1}) =$$

$$\frac{1}{n} \left[\sum_{k=1}^n v_k - \sum_{k=1}^n v_{k-1} \right] = \frac{1}{n} (v_0 + v_n) = \frac{v_n}{n}$$

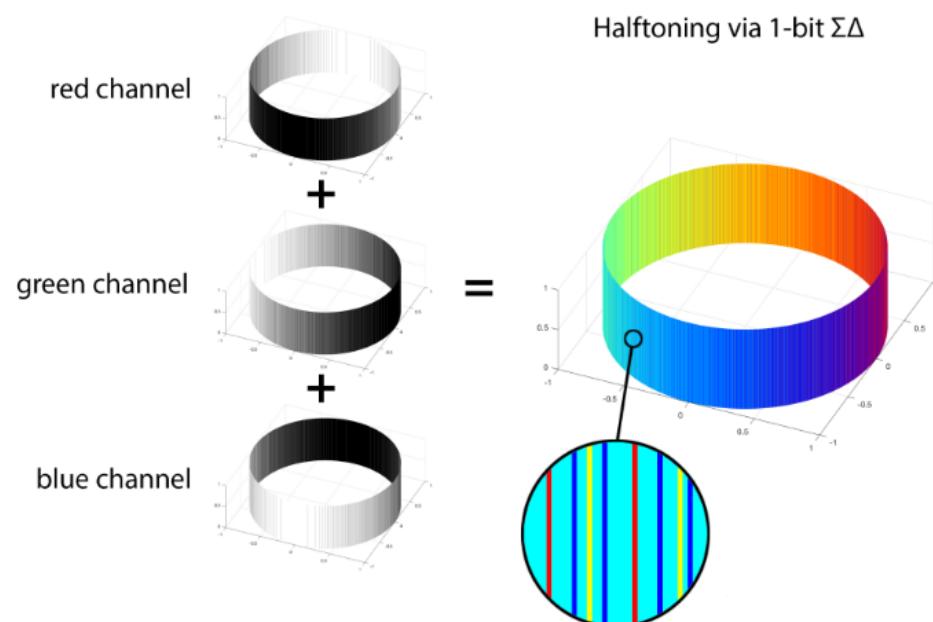
$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{v_n}{n} = 0$$



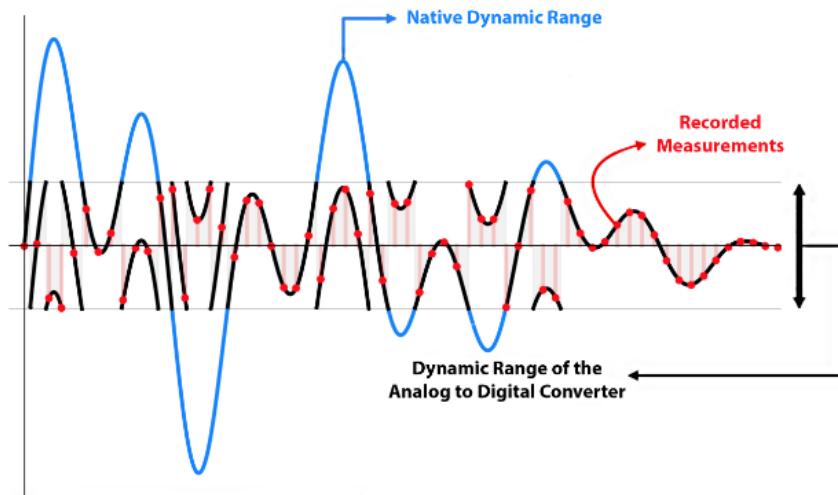
Mida mina kõige sellega teen?

1. suund: Sigma Delta kvantimisskeemi kohandamine olukorrale, kui funktsioon on määratud muutkonnal

- kvantimisvea hindamine uue skeemi korral
- rakendus: värviline 3D-printimine



2. suund: Sigma Delta kvantimine iselähtestuva A/D-muunduri korral



- rakendus: ülisuure ulatusega pildistamine (HDRI)



Tüüpiline probleem, millega fotograafid kokku puutuvad

3. suund: natuke kunsti

