

LTMS.00.009 Matemaatika olümpiaadid

26. sept. 2019

Kaja Oras

Ülesanne 1.

Olgu n positiivne täisarv. Põhjendage, et kui arvul n on täpselt 2009 erinevat positiivset tegurit, siis see on mingi täisarvu ruut.

Ülesanne 2.

Tõestage, et mistahes naturaalarvu n korral $19 \mid 5 \cdot 2^{3n+1} + 3^{3n+2}$.

Ülesanne 3.

Olgu a ja b täisarvud ning olgu m positiivne täisarv. Tõestage järgmine omadus:

kui $a \equiv b \pmod{m}$ ja k on selline positiivne täisarv, et $k \mid m$, siis $a \equiv b \pmod{k}$.

Ülesanne 4.

Tõestage, et

a) $2007 \mid 1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot 1003 + 1004 \cdot 1005 \cdot \dots \cdot 2006$

b) $7 \mid 2222^{5555} + 5555^{2222}$

Ülesanne 5.

Leidke võrrandi $xy - 2x + 3y = 5$ täisarvulised lahendid.

Ülesanne 6.

Leidke võrrandi $2x^2 - 5y^2 = 7$ täisarvulised lahendid.