

Algebra seminar

Aljona Kritševskaja

29. november 2019. a.

1. ülesanne

Lahendage võrrand:

$$x^3 - 7x^2 + 13x - 3 = 0.$$

2. ülesanne

Lahendage võrrandisüsteem:

$$\begin{cases} \sqrt{x} + \sqrt{y} + \sqrt{z} = 4, \\ x + y + z = 6, \\ x^2 + y^2 + z^2 = 18. \end{cases}$$

3. ülesanne

Tõestage võrratus:

$$\left(\sqrt{a} + \sqrt{b}\right)^8 \geq 64ab(a+b)^2,$$

kui $a, b > 0$.

4. ülesanne

Tähista \mathbb{N} kõikide positiivsete täisarvude hulka. Vaatleme funktsioone $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$, mis rahuldavad iga $n \in \mathbb{N}$ korral tingimusi $f(n) \geq 2$ ja

$$f(n) + f(n+2) = f(n+4)f(n+6) - 1997$$

a) Leia $f(1997)$ ja $f(1999)$, kui $f(1) = 2$.

b) Kirjelda kõik antud tingimusi rahuldavad funktsioonid.

5. ülesanne

Arvjada (a_n) on defineeritud seosega

$$a_n = a_{n-1} + 2a_{n-2},$$

kus $n \geq 3$. Jada liikmed a_1 ja a_2 on fikseeritud, kusjuures $a_2 > 2a_1 > 0$. Leia

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a_n}.$$