

MC meetodid, praktikum 14

Teema 1: Kontrollmuutuja meetod

Sageli on võimalik koos huvipakkuva suurusega Y genereerida lihtsam juhuslik suurus Z , mille keskväärts EZ on teada või mille keskväärts on lihtne arvutada. Moodustame uue juhusliku suuruse

$$\tilde{Y} = Y - a(Z - EZ),$$

kus $a = \frac{\text{cov}(Y,Z)}{DZ}$ (enamasti hindame esialgse valimi põhjal). Genereerimiste arv etteantud täpsuse saavutamiseks on sel juhul $D\tilde{Y} = DY \cdot (1 - \rho^2)$, kus $\rho = \text{cor}(Y, Z)$

Harjutus 1

Vaatleme suuruse $Y = e^{X+0.2\cos X}$, kus $X \sim N(1, 1)$, keskväärts leidmist MC meetodil. Kasutage kontrollmuutuja meetodit (enda valitud kontrollmuutujaga) EY leidmiseks tõenäolise veaga 0.001

Harjutus 2

Kasuta sobivalt valitud kontrollmuutujat, et arvutada integraal

$$\int_0^1 \int_0^1 (x^2 + 2\sqrt{y}) \cos(0.1xy + 0.2\sqrt{x}) dx dy$$

tõenäolise veaga 0.0001

Teema 2: Olulise valimi meetod

Eesmärk: arvutada $Eg(X)$ juhul, kus g olulised (nt absoluutväärtselt suured) väärtused esinevad sellises piirkonnas, kuhu X väärtused satuvad harva

Kasutame teadmist, et kui X ja Y on pidevad juhuslikud suurused ning $f_Z(x) > 0$, kui $g(x)f_X(x) \neq 0$, siis

$$Eg(X) = E[g(Z)\frac{f_X(Z)}{f_Z(Z)}].$$

Meetod: valida Z nii, et Z satub suurema tõenäosusega piirkondadesse, kus g omandab olulisi väärtuseid. NB! Kui $g(X)$ ei ole väljaspool olulist piirkonda null, siis peab tagama, et seal suhe $\frac{f_X(Z)}{f_Z(Z)}$ liiga suureks ei lähe (st funktsioon $g(x)\frac{f_X(x)}{f_Z(x)}$) võiks olla tõkestatud kogu reaalteljel.

Märkus Veelgi paremini saame Z jaotust valida, kui vaatame vaatame $g(x) \cdot f_X(x)$ käitumist.

Harjutus 3

Leia olulise valimi meetodit kasutades $X \sim \text{Exp}(1)$ korral keskväärts

$$E[e^{-X^2+14\sqrt{X}-9}]$$

tõenäolise veaga 0.01.

Harjutus 4 Leida olulise valimi meetodiga keskväärts

$$E\left(\frac{1000}{1 + (X - 6)^4 + (Y - 5)^4}\right),$$

kus $X, Y \sim N(0, 2)$ on sõltumatud juhuslikud suurused, veaga, mis tõenäosusega 0.99 ei ületa arvu 0.005. Vihje: normaaljaotuste keskväärtsi võiks nihutada umbes poolele maale (0,0) ja (6,5) vahele.