

Algebra II, Praktikum VI

Mitme muutuja polünoomid. Polünoomide Juured. Algebra põhiteoreem

Kristo Väljako

23. märts 2021

Ülesanne 1. Tõestada, et polünoomide ring $K[X, Y]$ üle kommutatiivse korpuse K ei ole Eukleidese ring

Ülesanne 2. Leidke $a \in \mathbb{R}$ nii, et polünoomi $X^3 + 12X^2 + a$ kahe juure summa oleks võrdne kolmandaga.

Ülesanne 3. Leidke polünoomi

$$f(X) = X^3 - 9X^2 + 23X - 15$$

kõik juured teades, et nad moodustavad aritmeetilise jada.

Ülesanne 4. Leidke polünoomi

$$f(X) = X^4 - X^2 - 2X + 1$$

kompleksarvuliste juurte pöördarvude summa.

Ülesanne 5. Leidke kõigi n -nda astme kompleksarvuliste ühejuurte summa ja korrutis.

Ülesanne 6. Lahendage järgmine võrrandisüsteem üle \mathbb{C} :

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 0, \\ x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 0, \\ x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 = 24. \end{cases}$$

Ülesanne 7. Olgu R kommutatiivne ring. Millistel tingimustel kehtib järgmine väide: igal n -nda astme polünoomil üle R on (kordsust arvestades) ülimalt n juurt?

Algebraalne arv on kompleksarv, mis on mingi polünoomi $0 \neq p(X) \in \mathbb{Q}[X]$ juureks. Kõigi algebraaliste arvude hulka tähistame \mathbb{A} . *Algebraalne täisarv* on selline algebraalne arv, mille korral $p(X) \in \mathbb{Z}[X]$ ja $p(X)$ pealiikme kordaja on 1.

Ülesanne 8. Tõestada, et algebraalise täisarvu ja tavalise täisarvu summa on algebraalne täisarv.

Ülesanne 9. Tõestada, et kui ratsionaalarv on algebraalne täisarv, siis ta on ka tavaline täisarv.

Ülesanne* 10. Tõestada, et algebraaliste täisarvude summa ja korrutis on samuti algebraalised täisarvud.