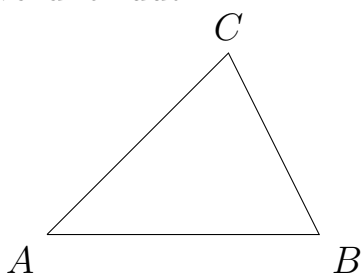


Kodutöö nr. 1

10 punkti, tähtaeg 13.03.2019

Ülesanded 1–5 on konstruktsioonülesanded, mille korral tuleb esitada ka konstruktsiooni kirjeldus. Ülesanded 6–7 on tõestusülesanded, mille korral joonis on illustratiivne.

1. (1 p) Konstrueerige nurgad 120° ja $22^\circ 30'$.
2. (1 p) Jaotage lõik AB punktidega C ja D kolmeks osaks selliselt, et saadud osad suhtuksid nagu $|AC| : |CD| = 1 : 3$; $|CD| : |DB| = 1 : 2$.
3. (1.5 p) Antud on kolmnurk ABC (vt Joonis 1). Konstrueerige temaga pindvõrdne ruut.



Joonis 1



Joonis 2

4. (1.5 p) Antud on lõik pikkusega a ja nurk α (vt Joonis 2). Konstrueerige lõik pikkusega $\frac{a}{\cos^2 \alpha}$.
5. (1.5 p) On antud ringjoone kaks punkti A ja B ning ühte nendest punktidest joonestatud ringjoone puutuja. Konstrueerige see ringjoon. Kas ülesanne on alati lahenduv? Põhjendage.
6. (1.5 p) Ringjoonele diameetriga d on joonestatud puutuja, millel on võetud punkt A nii, et selle kaugus puutepunktist on võrdne ringi diameetriga d . Leidke punkti A kaugus ringjoonest. Kuidas kasutada saadud tulemust lõigu jaotamisel kuldses suhtes?
7. (2 p) Kepleri kolmnurgaks nimetatakse täisnurkset kolmnurka, mille küljed suhtuvad nagu $1 : \sqrt{\varphi} : \varphi$. Tegemist on tõepoolest täisnurkse kolmnurgaga, sest $1^2 + (\sqrt{\varphi})^2 = \varphi^2$ (vt teise seminari slaidi lk 3).
Olgu a ja b mingid positiivsed reaalarvud. On teada, et nende arvude aritmeetiline, geomeetiline ja harmooniline keskmine on mingi täisnurkse kolmnurga külgedeks. Tõestada, et tegemist on Kepleri kolmnurgaga.
Näpunäide: aritmeetilise, geomeetrilise ja harmoonilise keskmise korral alati

$$\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab} \geq \left(\frac{a^{-1} + b^{-1}}{2} \right)^{-1} = \frac{2}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b}} = \frac{2ab}{a+b}.$$