

Kodutöö nr. 3

10 punkti, tähtaeg 10.04.2019

1. (2 p) Korrapärase nelinurkse püramiidi $MABCD$ põhiserv on $6\sqrt{2}$ m ja apoteem 5 m. Leidke tippu M ning põhiservade AB ja BC keskpunkte K ja L läbiva lõike übermõõt. Lisaks leidke b) lõike pindala, c) püramiidi $MABCD$ ruumala, d) püramiidide $MKLCDA$ ja $MKBL$ ruumalade suhe, e) nurk külgserva ja põhitahu vahel, f) nurk külgtahu ja põhitahu vahel, g) külgtahu tipunurk.

Vastused: a) 16 m; b) 12 m^2 ; c) $24\sqrt{7} \text{ m}^3$; d) 7:1; e) $\arctan(\sqrt{7}/6) \approx 24^\circ$; f) $\arccos(3\sqrt{2}/5) \approx 32^\circ$; g) $2 \arctan(3\sqrt{2}/5) \approx 81^\circ$.

2. (2 p) Püstprisma $ABCA_1B_1C_1$ põhjaks on kolmnurk ABC , milles $\angle A = 90^\circ$, $AB = 4$, $AC = 3$. Prisma kõrgus on $\sqrt{39}$. Leidke sirgete AB ja EH vaheline nurk, kui punktid E ja H on vastavalt külgede BC ja CC_1 keskpunktid.

Vastus: 60° .

Lahendus: Kuna $EH \parallel BC_1$, tuleb leida $\angle ABC_1$. Kolmnurk ABC_1 on täisnurkne, täisnurgaga tipu A juures, $AB = 4$, $BC_1 = \sqrt{5^2 + \sqrt{39}^2} = 8$. Seega $\cos \angle ABC_1 = \frac{1}{2}$ ning $\angle ABC_1 = 60^\circ$.

3. (2 p) Silindri ja koonuse põhjapindalad, täispindalad ja ruumalad on vastavalt võrdsed. Leidke silindri ja koonuse külgpindalade suhe.

Vastus: 8 : 13.

Lahendus: Põhjapindalade võrdsusest $r_s = r_k =: r$. Ruumalade võrdsusest $h_k = 3h_s$. Täispindalade võrdsusest

$$2\pi r^2 + 2\pi r h_s = \pi r^2 + \pi r \sqrt{h_k^2 + r^2} \Rightarrow r + 2h_s = \sqrt{9h_s^2 + r^2} \Rightarrow 4r = 5h_s,$$

seega

$$\frac{S_{k, \text{koonus}}}{S_{k, \text{silinder}}} = \frac{2\pi r h_s}{\pi r \sqrt{h_k^2 + r^2}} = \frac{2h_s}{\sqrt{9h_s^2 + \frac{25}{16}h_s^2}} = \frac{8}{13}.$$

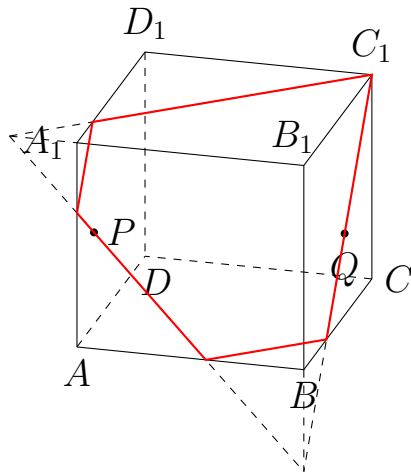
4. (2 p) Korrapärase nelinurkse püramiidi põhiserv on 4 m ja kõrgus samuti 4 m. Arvutada püramiidi ümber kujundatud kera läbimõõt.

Vastus: 6 m.

Lahendus: Olgu püramiid tippudega $MABCD$ ning kõrguse aluspunktiga O . Siis kera diameeter on kolmnurga MAC ümberringjoone diameeter. Olgu lõigu MO pikenduse lõikepunkt ringjoonega N , siis MN on otsitav diameeter. Et

MAN on täisnurkne kolmnurk kõrgusega $AO = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2} \cdot 4\sqrt{2} = 2\sqrt{2}$ m ning $MO = 4$ m, siis täisnurkse kolmnurga kõrguse ja kaatetite projektsioonide kohta käiva teoreemi põhjal $ON = \frac{AO^2}{MO} = \frac{8}{4} = 2$ m. Kokkuvõttes $MN = 4 + 2 = 6$ m.

5. (2 p) Konstrueerige kuubile lõige läbi punktide C_1 , P ja Q (P asub tahul ABB_1A_1 , Q asub tahul BCC_1B_1).



Lahendus: Ühendada võite ainult samal tasandil asetsevaid punkte. Kuna C_1 ja Q asetsevad samal tahul (tasandil), siis tuleks need punktid ühendada ning saadud lõiku pikendada kuni see lõikub sirgega B_1B , siis olete jõudnud tasandile ABB_1A_1 ning saate saadud punkti ühendada punktiga P .