

Kontrolltöö nr. 2

17.04.2019

Nimi:

Ülesannete 1–2 korral valige üks vastusevariant. Ülesanded 1, 2 ja 7 lahendage sellele lehele.

1. (2 p) Kahte sirget nimetatakse lõikuvateks, kui

- a) nad asuvad ühel ja samal tasandil; c) neil on kaks ühist punkti;
b) neil on üks ühine punkt; d) neist saab läbi panna tasandi.

Vastus: b)

2. (2 p) Prismaks nimetatakse sellist hulktahukat, mille

- a) külgservad ei ole paralleelsed; c) külgtahkudeks on rööpkülilikud;
b) põhjaks on nelinurk; d) kõik külgtahud on põhjaga risti.

Vastus: c)

3. (5 p) Läbi kolmnurkse püstprisma ühe põhiserva on pandud tasand, mis lõikab selle vastas asuvat külgserva ja moodustab põhitahuga nurga 45° . Prisma põhja pindala on S . Avaldage lõike pindala.

Vastus: $\sqrt{2}S$.

Lahendus: Olgu a põhiserv, läbi mille on pandud lõiketasand, ning olgu küljele a tõmmatud põhja kõrgus h_1 . Lõike korral olgu küljele a tõmmatud kõrgus h_2 . Kuna kõrguste h_1 ja h_2 aluspunktid ühtivad ning nurk h_1 ja h_2 vahel on 45° , siis $h_2 = \sqrt{2}h_1$. Et $S = \frac{ah_1}{2}$, siis $S_{\text{lõige}} = \frac{ah_2}{2} = \sqrt{2}S$.

4. (5 p) On antud kolm nurka suurustega $\alpha = 120^\circ$, $\beta = 80^\circ$ ja γ . Leidke kõik γ väärtused, mille korral need nurgad ei saa moodustada ühte kolmetahulist nurka. Põhjendage.

Vastus: $\gamma \leq 40^\circ$ või $\gamma \geq 160^\circ$.

Lahendus: Kui moodustuks kolmetahuline nurk, siis peaks kehtima $\alpha < \beta + \gamma$ ja $\gamma < \alpha + \beta$, seega $\gamma > \alpha - \beta = 40^\circ$ ning $\gamma < \alpha + \beta = 200^\circ$. Et tasanurkade summa on väiksem kui 360° , siis $\gamma < 360^\circ - \alpha - \beta = 160^\circ$.

5. (7 p) Kolmnurkse püramiidi $OABC$ servadel OA ja OB asetsevad vastavalt punktid K ja L , mis jaotavad need servad tipust O alates suhtes $1 : 3$ ja $3 : 1$.

a) Joonistage püramiid, tähistage püramiidi tipud ja täiendage joonist lõiketaseandiga CKL .

b) Millises suhtes jaotab lõiketaseand CKL püramiidi ruumala?

Vastus: 3 : 13.

Lahendus: Püramiidide $COKL$ ja $CKLBA$ ruumalad suhtuvad nagu nende põhjade OKL ja $KLBA$ pindalad, sest kõrgused on neil kahel püramiidil võrdsed. Olgu kolmnurga OAB tipust B tõmmatud kõrgus h ning $OA = a$. Kiirteteoreemi põhjal on kolmnurga OKL tipust L tõmmatud kõrgus $\frac{3}{4}h$, saamas $OK = \frac{1}{4}a$. Seega $S_{OKL} = \frac{3}{16} \frac{ah}{2}$ ning $S_{KLBA} = \frac{ah}{2} - \frac{3}{16} \frac{ah}{2} = \frac{13}{16} \frac{ah}{2}$ ning $S_{OKL} : S_{KLBA} = 3 : 13$.

6. (7 p) Silindri ja kera ruumalad on võrdsed, lisaks on võrdsed silindri telglõike pindala ja kera suuringi pindala. Leidke silindri ja kera raadiuste suhe.

Vastus: 8 : 3π .

Lahendus: Olgu r silindri raadius, h silindri kõrgus, R kera raadius. Kehtib

$$\left\{ \begin{array}{l} \pi r^2 h = \frac{4}{3} \pi R^3, \\ 2rh = \pi R^2 \Rightarrow h = \frac{\pi R^2}{2r} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{\pi r^2 \pi R^2}{2r} = \frac{4}{3} \pi R^3 \Rightarrow \frac{r}{R} = \frac{8}{3\pi}$$

7. (7 p) Konstrueerige kuubile lõige läbi punktide C , P ja Q (P asub tahul ABB_1A_1 , Q asub tahul BCC_1B_1).

