

Tõenäosusteooria ja statistika põhikoolis

Viisin läbi 9. klassis tõenäosusteooria ja statistika teema raames ainetunni, mille jooksul mängisid õpilased minu valikul ühte tõenäosusteooria mängu raamatust „Mõtlemismängud“, autoriks R. Fisher. Valisin mängu Kass ja hiir.

Eelnevas tunnis olime õpilastega meelde tuletanud tõenäosuse leidmist lihtsamatel juhtudel (kaardipakist kaardi tõmbamine, täringuvisked jms). Olin suunajaks, õpilased lahendasid üksi ja koostööna (arutelu) ülesandeid. Praktilist tegevust koos vahenditega (nt täringud) polnud.

Mängu läbiviimiseks valmistasin ette vastava mängu juhendi ja ülesanded, mida õpilased pidid mängu käigus lahendama. Proovisin ülesannete puhul luua olukordi, kus õpilane saaks nii loogilist kui ka loovat mõtlemist rakendada. Sellega püüdsin õpilastele anda võimaluse fantaseerida ja mängu edasi arendada, hinnata tulemust ning selle kasutegurit. Samuti hoolitsesin erinevate täringute olemasolu eest, mida õpilased pidid kasutama mängu edasiarendamise juures.

Õppemängu läbiviimise tunnis olin mina vaatlejaks ja kompromissile juhatajaks, kui olukord seda nõudis. Õpilased pidid iseseisvalt paaris tööna tegutsema. Tunni alguses jagasin paaridele töölehed ning lasin õpilastel mängu ja ülesannetega tutvuda. Seejärel lubasin 3 minuti jooksul õpilastel küsida, kui juhendis jäi midagi mõistmatuks. Vastasin küsimustele. Edasi ma mängu käiku üldiselt ei sekkunud.

Mängu juhend ja ülesanded on toodud järgmisel leheküljel.

Tõenäosusteooria ja statistika mängud

KASS JA HIIR

„Kass ja hiir“ on tagaajamismäng, kus kass tahab hiirt kinni püüda. Hiirele antakse start. Milline on tõenäosus, et kass hiire kinni püüab? Kas hiir jõuab oma auku pageda või püüab kass ta kinni?

Mängijad Ükskõik kui palju, mängitakse paaridena.

Vanuspiirid Seitsmeaastastest täiskasvanuteni

Materjalid Pliiats ja paber, täringud

Kuidas mängida?

Kassi eesmärk on hiir kinni püüda. Hiire eesmärk on oma auguni jõuda. Kass võidab, kui ta hiire kätte saab. Hiir võidab, kui ta auguni jõuab. Mängijad püüavad kordamööda ennustada, kes võidab.

1. Joonistage 20 ruudu pikkune rada. Kass alustab ruudust nr 1, hiir ruudust nr 10. Ruut nr 20 on hiireauk.
2. Kass ja hiir liiguvad mööda ruute edasi vastavalt silmade arvule täringul kodu poole. **Kui visatakse 1, 2, 3 või 4 silma, liigub hiir sama palju ruute edasi kodu poole. Kui visatakse 5 või 6, siis liigub kass sama palju ruute hiirele järele.** Enne mängu algust ennustavad mängijad kordamööda, kes võidab – kass või hiir.
3. Mängijad viskavad täringut kordamööda ja liigutavad kassi või hiirt vastavalt visatud silmade arvule.
4. Kui hiir jõuab ruuduni nr 20 või kaugemale, on ta pääsenud ja võidujooksu võitnud. Kui kass jõuab hiirega samale ruudule või edasi, on hiir kinni püütud ja kaotanud.
5. Võidab see mängija, kelle ennustus läks täppi.

Juhised ja küsimused, millest lähtuda ja mängu käik kirja panna.

1. Mängige mängu viis korda. Enne igat uut mängu ennustage kordamööda, kes mängu võidab – kass või hiir. Pange ennustus kirja ja mängu tulemus ka.
2. Mille põhjal te otsustasite, kumb võidab?
3. Mis on mängu alguses tõenäosem, kas kassi või hiire võit?
4. Selgitage, miks kass või miks hiir peaks võitma?
5. Joonestage tulpdiaagramm 5 mängu tulemustest.
6. Kuidas mängu muuta nii, et anda ühele või teisele eelis? Mis annaks edumaa?
7. Mil määral vastab see mäng tegelikule elule? Millega võiks veel tuua paralleeli?
8. Kas teate veel mõnda selle mänguga sarnanevat mängu?
9. Too näide oma elust, mille puhul sõltub tulemus samal määral juhusest kui selle mängu tulemus.
10. Varieerige selle mängu reegleid muutes teekonna pikkust ja kasutadest teistsugust täringut (8-tahulist või muud, mis teie paarile jagati)
11. Mängige jällegi 5 korda. Pange kirja, mismoodi mäng ise ja selle tulemus muutusid. Kellel on nüüd mängu eelis? Joonestage tulpdiaagramm mängu tulemustest.
12. Mis te sellest mängust õppisite? Mida selline mäng teie arvates arendab? Kas mängu tuleks rohkem õppetöös kasutada? Kuidas sujus koostöö mängukaaslasega?

Tunni analüüs, õpetaja eneseanalüüs

Tekkinud mured:

- Osad õpilased määrasid paaris, kes on kass, kes hiir. Neile jäi alguses arusaamatuks, et see pole mängu käigus oluline. Sealjuures oli siis ka arusaamatu see, kuidas mäng võidetakse, kes võidab. Oleksin pidanud tunni alguses ise selgitama lühidalt mängu ideed ja käiku, seejärel lubama õpilastel töölehega tutvuda ning täiendavaid küsimusi esitada. Kindlasti oleks tarvis selgitada eraldi, et mängu võidab õige ennustuse teinud mängija.
- Õpilaste isetegevus on õpetajale ettenägematu. Ükskõik, kui hoolega ka ei planeeri, tekib ikka ootamatuid olukordi. Tekkis olukord, kus üks paar ei soovinud enam koostööd teha ning ruttu tuli õpetajal rühmad ümber organiseerida. Paarilise olid õpilased ise valinud, aga ikka juhtub, et mingil hetkel enam koostöö ei sujunud. Ehk on põhjus ka vastavas vanuses. Saatsin õpilased teiste paaride juurde vaatlejateks ning pidid tegema märkmeid paari koostöö kohta. Õpetaja eesmärk sellise tööülesande juures oli, et ehk tülli läinud õpilased mõistavad teist paaristööd jälgides, mida tähendab koostöö. Kui aine õpetamine ei õnnestu, siis ehk õnnestub kasvatamine salaja.
- Mõneti mureks võib arvata ka selle, et antud klass pole varem matemaatika tundides mitte ühegi teema juures õppemänge läbi viinud. Ka minul on just see klass esimest aastat. Õpilased olid põnevil ja kannatamatud. Suur tahtmine oli mängu mängida ja ülesandeid lahendada, aga kuidas ja miks seda teha, seda ei jõutud piisavalt kuulata. Järgmisel korral ei tohi töölehti koheselt kätte jagada.

Tekkinud rõõmud:

- Tore oli jälgida rõõmsat ja elevel õpilast, kes matemaatika tunnist 100% osa võttis. Kõik tegid seda (va 2 õpilast, kellel õnnestus tülli minna). Tunni lõpus küsisin ma klassilt, kuidas nad ennast tunnevad ja kas nad ka ise märkasid, et kõik nad olid pidevalt aktiivses tegevuses ja rõõmsad ja seda kõike matemaatika tunnis. Nad polnud seda märganud, sest neil polnud selleks aega. Järgmisesse matemaatika tundi tuldi väga positiivse meelestatusega (just need õpilased, kes tavaliselt matemaatikaga eriti suured sõbrad pole).
- Õpilaste märkmetest oli näha, et mäng pakkus nõrgematele õpilastele ja neile, kes matemaatika suured sõbrad pole, rohkem kui neile õpilastele, kellel on väga heal tasemel aineteadmised. Seega on võimalik igat õpilast veidikenegi matemaatika poole meelitada. Tuleb pakkuda lihtsalt mõnigi tund eriti meelepärast kasulikku tegevust.
- Õpilaste silmaring laienes kasvõi selle võrra, et nad nägid ja said ka mängu ise proovida teistsuguse täringuga. See oli nende jaoks huvitav. Paljud ei teadnud, et täringuid on erinevaid. Vahetunnis tekkis lausa arutelu teemal, kas need on ikka täringud. Et nendel nn täringutel peaks erinev nimetus olema jne. Mõni õpilane soetas ka endale näiteks 10tahulise täringu ja tuli arutlema järgmises tunnis selle täringu viske tulemuste tõenäosuste üle.
- Õpilastel oli vahvaid ideid mängu muutmiseks palju keerulisemaks, kui see alguses oli. Kõige huvitavam ja keerulisem variant eeldas kahe erineva täringu kasutamist ning liikuda sai teatud täringukombinatsioonide korral. Moodustati ka mitu erinevat teekonda, mis omavahel võisid lõikuda.

Varem ma arvasin, et mängud jäägu ikka pigem noorematesse klassidesse, suuremad tegelevad tõsiste ülesannete lahendamisega. Arvamus veidi muutus. Kui valida ka veidi keerulisem õppemäng ja koostada sisukas teemakohane tööleht, siis saab õppida mängides ka vanemates klassides. Kuigi õpetaja peab selleks palju rohkem eeltööd tegema, kui tavapärase tunni läbiviimiseks.

Hannes Jukki kommentaarid:

Ilmselt tund siiski õnnestus. Erinevate võimetega õpilased said tegeleda erinevate asjadega. Nõrgemad tundsid rahuldust mängimisest, millega poolkogemata tegelesid ka matemaatikaga. Nad kogusid andmeid ja analüüsisid neid. Ehk jõudsid selleni, kummal on rohkem võiduvõimalusi, kas kassil või hiirel. Siit edasi oli võimalik mõelda, kas see vastab tegelikkusele. Mitmel korral mitmest saab kass tegelikkuses hiire kätte. Kahjuks ei mäleta täpselt, aga oli miski aime-filmide seeria kiskjatest ja seal oleks nagu olnud ka mainitud tõenäosus, et nt gepard tabab oma ohvri, kelle on välja valinud. Siit siis ülesanne luua selline mäng, milles on võiduvõimalused jaotuvad sel kombel nagu päris elus. Seega saavad siit tegevust ka matemaatikast rohkem pidavad õpilased. Teevad kiiremini omad järeldused mängu põhjal. Nagu õpetaja märkustest aru võis saada, siis tegid õpilased küllalt huvitavaid mängu arendusi. Uute mängude väljamõtlemine arendab mitte ainult loovust, mida meie kool peab tegema, vaid ka matemaatilist poolt. Peab situatsiooni analüüsima, siin ka võiduvõimalusi hindama.

Ettevalmistusest. Tõesti on sellise tunni ettevalmistus mõneti ebatänuväärne, sest alati ei oska prognoosida kuidas ja mis võib õnnestuda. Aga sama võib juhtuda ka tavalises tunnis. Teiselt poolt on vaja, et õpilased töötaksid iseseisvalt (kas individuaalselt või rühmades). Sel ajal saab õpetaja võimaluse tegeleda õpilaste vaatlusega. Ta saab hinnata õpilaste töötamist, märkab keda suunata. Hea ning taibukas õpetaja märkas tüli ja suunas õpilased sujuvalt teisele õpetlik-kasvatuslikule tegevusele. Tunni vaatluse ajal areneb õpetaja. Kui mõelda, siis ettevalmistus on ehk pikem, aga mõnevõrra lihtsam on siis tunnis, kusjuures õpilased on aktiivsemalt õppimas.

Täiesti õige oli see märkus eneseanalüüsis, et õpilased tulid järgmise tundi parema tundega. Pole mingit kasu tunnis magavatest õpilastest, kes ei sega tundi, kuid kes ka midagi ei õpi. Segajatega on muidugi veel suuremad mured. Sellised tunnid kasvatavad ja näitavad õpilastele, et nad on võimelised 45 minutit tööd tegema mitte ainult kontrolltööde tegemise ajal.

Ma ei olnud päris nõus sellega, et kes siin mängus võidab või kaotab. Selles mängus on nii, et ennustamine on selleks, et õpilased keskenduksid mängu kui ühe katse tulemuse jälgimisele. Muidu on meil katseks üks täringu vise. Siin on katseks üks mäng ja hinnatakse selle mängu võiduvõimalusi hiire ja kassi vaatevinklist. Mõneti on see ka rollimäng: kord ollakse hiir ja teinekord kass. Järelkult on oluline, et kumbki saaks olla erinevas rollis. Teiselt poolt on ennustamine nagu hüpoteesi seadmine uurimustöös. Ma arvan, et juhtub nii. Mängime veel korra ja ma sain oma arvamusele kinnitust või see kummutati. Paremad õpilased võiksid püüda nüüd tõenäosusi hinnata arutamise teel, teised peavad lihtsalt palju kordi mängima koguvad sel kombel andmeid, et hinnata olukorda.