

MC meetodid, praktikum 14

Teema 1: Kontrollmuutuja meetod

Sageli on võimalik koos huvipakkuva suurusega Y genereerida lihtsam juhuslik suurus Z , mille keskvärtus EZ on teada või mille keskvärtust on lihtne arvutada. Moodustame uue juhusliku suuruse

$$\tilde{Y} = Y - a(Z - EZ),$$

kus $a = \frac{\text{cov}(Y, Z)}{DZ}$ (enamasti hindame esialgse valimi põhjal). Genereerimiste arv etteantud täpsuse saavutamiseks on sel juhul $D\tilde{Y} = DY \cdot (1 - \rho^2)$, kus $\rho = \text{cor}(Y, Z)$.

Harjutus 1

Vaatleme suuruse $Y = e^{X+0.2\cos X}$, kus $X \sim N(1, 1)$, keskvärtuse leidmist MC meetodil. Kasutage kontrollmuutuja meetodit (enda valitud kontrollmuutujaga) EY leidmiseks tõenäolise veaga 0.001.

Harjutus 2

Kasuta sobivalt valitud kontrollmuutujat, et arvutada integraal

$$\int_0^1 \int_0^1 (x^2 + 2\sqrt{y}) \cos(0.1xy + 0.2\sqrt{x}) dx dy$$

tõenäolise veaga 0.0001.

Teema 2: Olulise valimi meetod

Eesmärk: arvutada $Eg(X)$ juhul, kus g olulised (nt absoluutväärtuselt suured) väärtused esinevad sellises piirkonnas, kuhu X väärtused satuvad harva.

Kasutame teadmist, et kui X ja Y on pidevad juhuslikud suurused ning $f_Z(x) > 0$, kui $g(x)f_X(x) \neq 0$, siis

$$Eg(X) = E[g(Z) \frac{f_X(Z)}{f_Z(Z)}].$$

Meetod: valida Z nii, et Z satub suurema tõenäosusega piirkondadesse, kus g omandab olulisi väärtuseid. NB! Kui $g(X)$ ei ole väljaspool olulist piirkonda null, siis peab tagama, et seal suhe $\frac{f_X(Z)}{f_Z(Z)}$ liiga suureks ei lähe (st funktsioon $g(x) \frac{f_X(x)}{f_Z(x)}$) võiks olla tõkestatud kogu reaalteljel.

Märkus Veelgi paremini saame Z jaotust valida, kui vaatame vaatame $g(x) \cdot f_X(x)$ käitumist.

Harjutus 3

Leia olulise valimi meetodit kasutades $X \sim \text{Exp}(1)$ korral keskvärtus

$$E[e^{-X^2+14\sqrt{X}-9}]$$

tõenäolise veaga 0.01.

Harjutus 4

Leida olulise valimi meetodiga keskvärtus

$$E\left(\frac{1000}{1 + (X - 6)^4 + (Y - 5)^4}\right),$$

kus $X, Y \sim N(0, 2)$ on sõltumatud juhuslikud suurused, veaga, mis tõenäosusega 0.99 ei ületa arvu 0.005. Vihje: normaaljaotuste keskvärtusi võiks nihutada umbes poolele maale (0,0) ja (6,5) vahele.

Kodutöö nr. 10 (VPL harjutus, 1,5 punkti, tähtaeg 11. detsember 2022)

Palun jälgige hoolikalt ülesande juhiseid! Pärast esitamise tähtaega vaadatakse lahendused üle ja kontrollitakse ka lahenduste vastavust ülesannete tingimustele.