

MC meetodid, praktikum 15

Teema 1: Kihtvalimi meetod

Olgu $B_1, \dots, B_m$ mingi sündmuste täissüsteem (vastastikku välistavad, positiivse tõenäosusega, üks alati toimub igal katsel). Tähistame $p_i = P(B_i)$, Y_{ij} olgu sõltumatud juhuslikud suurused tingliku jaotusega $Y|B_i$ ning dispersiooniga σ_i^2 . Kihtvalimi meetod keskvärtuse EY arvutamiseks: Leiame

$$EY \approx \tilde{H}_n = \sum_{i=1}^m p_i \frac{\sum_{j=1}^{n_i} Y_{ij}}{n_i},$$

kus n_i , $i = 1, \dots, m$ on kihtides genereeritavate juhuslike suuruste arvud ja $n = \sum_{i=1}^m n_i$. Nii arvutatud hinnangu dispersioon on

$$D\tilde{H}_n = \sum_{i=1}^m \frac{p_i^2 \sigma_i^2}{n_i}$$

ja (ligikaudu) tõenäosusega $1 - \alpha$ kehtiv veahinnang on

$$-z_{\frac{\alpha}{2}} \sqrt{D\tilde{H}_n},$$

kus $z_{\frac{\alpha}{2}}$ on standardse normaalkaotuse $\frac{\alpha}{2}$ -kvantiil.

Head valikud n_i jaoks:

- 1) Proportsionaalne: $n_i = p_i n$
- 2) optimaalne: $n_i = k p_i \sigma_i$. See nõuab iga kihi jaoks standardhälbe hindamist.

Võimalus sündmuste B_i valikuks ja $Y | B_i$ genereerimiseks: kui $Y = g(X)$, siis võime defineerida $B_i = \{a_{i-1} < X \leq a_i\}$, kus $-\infty = a_0 < a_1 < \dots < a_m = \infty$, tinglikus jaotusest saab siis genereerida näiteks pöördfunktsiooni meetodil: $F_X^{-1}(U)$, kus $U \sim U(F_X(a_{i-1}), F_X(a_i))$.

Harjutus 1

Vaatleme juhusliku suuruse $Y = e^{\sqrt{X}}$ arvutamist juhul $X \sim \text{Exp}(1.1)$ Leia $n = 100000$ korral saadavaid tõenäolise vea hinnanguid tavalise MC, proportsionaalse kihtvalimi (kvantiilide abil defineeritud võrdse tõenäosusega sündmused $m = 100$ korral) ja optimaalse kihtvalimi korral.

Harjutus 2

Kasuta juhusliku suuruse X abil defineeritud kihte selleks, et arvutada

$$E \left[\frac{10X^2}{X^4 + 0.1Y + 1} \right],$$

kus $X \sim N(0, 1)$ ja $Y \sim \text{Exp}(4)$ tõenäolise veaga 0.00001.

Kodutöö nr. 11 (VPL harjutus, 2 punkti, tähtaeg 23. detsember 2022)