

Algebra I eksami näidisvariant

Sügis 2022

Eksam kestab 2 tundi. Abimaterjalide kasutamine ei ole lubatud. Eksamitöö annab maksimaalselt 50 punkti.

1. Ühejuurte rühm

- (a) Rühma definitsioon. (2p)
- (b) Tuua näide mingist mittekommutatiivsest rühmast. (1p)
- (c) Panna kirja kompleksarvuliste ühejuurte leidmise valem. (1p)
- (d) Tõestada, et n -nda astme ühejuurte hulk on rühm kompleksarvude korrutamise suhtes (6p).

2. Elementaarteisendused maatriksi ridadega

- (a) Defineerida regulaarne maatriks. (1p)
- (b) Millised on elementaarteisendused maatriksi ridadega? (2p)
- (c) Tuua näide mingist kolmandat järku regulaarsest maatriksist, mis ei ole ühikmaatriks. (1p)
- (d) Tõestada, et kui A on regulaarne maatriks ja maatriks B on saadud maatriksist A ridade elementaarteisenduste abil, siis ka B on regulaarne. (6p)

3. Kroneckeri-Capelli teoreem

- (a) Defineerida lineaarvõrrandisüsteemi lahend. (2p)
- (b) Tuua näide lineaarvõrrandisüsteemist, millel ei ole lahendeid. (1p)
- (c) Tõestada Kroneckeri-Capelli teoreem lineaarvõrrandisüsteemi lahenduvuse kohta. (12p)

4. Sümmeetrilised teisendused

- (a) Defineerida eukleidilise ruumi sümmeetriline teisendus. (2p)
- (b) Tuua näide mingi eukleidilise ruumi sümmeetrilisest teisendusest. (1p)
- (c) Defineerida ortonormeeritud vektorite süsteem. (2p)
- (d) Tõestada, et eukleidilise ruumi lineaarteisendus on sümmeetriline parajasti siis, kui tema maatriks mingi ortonormeeritud baasi suhtes on sümmeetriline. (10p).