

# Kategoorieooria, kodutöö III

Tähtaeg: 14. märts 2022 (kell 17:45)

**Ülesanne 1** (0,5 p.). Tõestada, et loomulik teisendus on pööratav parajasti siis, kui kõik selle komponendid on pööratavad.

**Ülesanne 2** (0,75 p.). Tõestada kompositsioonide  $*$  ja  $\circ$  vahetusreegel, s.t. tõestada, et võrdus

$$(\delta * \gamma) \circ (\beta * \alpha) = (\delta \circ \beta) * (\gamma \circ \alpha)$$

kehtib alati kui selle mõlemal poolel olevad kompositsioonid on defineeritud.

**Ülesanne 3** (1,25 p.). Olgu  $\mathcal{C}$  binaarsete korrutistega kategooria. Tõestada, et kui iga  $A, B \in \text{Ob}(\mathcal{C})$  korral fikseerida  $A$  ja  $B$  korrutis  $(A \times B, p_A, p_B)$ , siis objektide vastavuse  $\_ \times \_ : \text{Ob}(\mathcal{C}) \times \text{Ob}(\mathcal{C}) \rightarrow \text{Ob}(\mathcal{C})$ ,  $(A, B) \mapsto A \times B$  jaoks saab defineerida vastava morfismide vastavuse nii, et  $\_ \times \_$  on funktor  $\mathcal{C} \times \mathcal{C} \rightarrow \mathcal{C}$  ning fikseeritud korrutiste projektsioonid moodustavad loomulikud teisendused  $\_ \times X \rightarrow \text{id}_{\mathcal{C}}$  and  $X \times \_ \rightarrow \text{id}_{\mathcal{C}}$  iga objekti  $X \in \text{Ob}(\mathcal{C})$  korral.