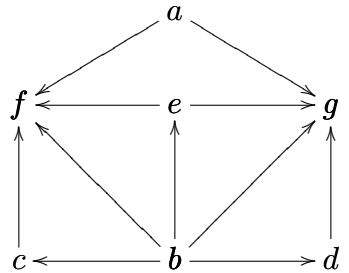


Kategoorieooria, kodutöö VI

Tähtaeg: 25. aprill 2022 (kell 17:45)

Ülesanne 1 (0,5 p.). Olgu $\mathcal{C}$ väike kategooria. Kas kategooria $\text{Fun}(\mathcal{C}, \text{Set})$ on täielik? Kotäielik? Põhjendada!

Ülesanne 2 (1,5 p.). Olgu kategooria $\mathcal{D}$ selline, kus $\text{Ob}(\mathcal{D}) = \{1, 0\}$ ja $\text{Mor}(\mathcal{D}) = \{\text{id}_A, \text{id}_B, A \rightarrow B\}$. Vaatleme kategooriat $\mathcal{B}$, mis on atud järgneval diagrammil (ühikmorfisme pole märgitud):



Vaatleme kategoorias $\text{Fun}(\mathcal{D}, \mathcal{B})$ on funktoreid F ja G , mille korral $F(A) = c$, $F(B) = f$ ja $G(A) = d$, $G(B) = g$. Tõestage, et F ja G korrutiseks on funktor H , kus $H(A) = b$ ja $H(B) = e$.

Märgime, et see korrutis pole punktiivisiliselt arvutatav, kuna kategoorias $\mathcal{B}$ ei leidu korrutist $f \times g$. Põhjenduse eest, miks seda korrutist ei leidu, saab täiendavad 0,25 punkti.

Ülesanne 3 (0,5 p.). Tõestada, et kui $F, G : \mathcal{A} \times \mathcal{B} \rightarrow \mathcal{C}$ on bifunktorid ja $\varphi = (\varphi_{A,B})_{(A,B) \in \text{Ob}(\mathcal{A} \times \mathcal{B})} : F \Rightarrow G$ on loomulik A ja B suhtes, siis ta on loomulik ka paari (A, B) suhtes.