

Kategoorieooria, kodutöö VII

Tähtaeg: 9. mai 2022 (kell 17:45)

Ülesanne 1 (1,5 p.). Valida mingi konkreetne adjunktsioon ja kirjutada ilmutatult välja selle ühik, koühik ja bijektsioon φ . Näidata, et kehtivad kolmnurksamasused. (Võite valida omale meelepärase adjunktsiooni loengukonsepti näidetest või mujalt, kuid ärge võtke adjunktsiooni järgmisest ülesandest.)

Ülesanne 2 (1 p.). Vaatleme üheobjektulist kategooriat $\mathcal{C}$, $\text{Ob}(\mathcal{C}) = \{\star\}$, milles on kaks morfismi: $\text{id}_\star$ ja morfism $f: \star \longrightarrow \star$, mille korral $f \circ f = \text{id}_\star$. Tõestage, et morfism f määrab loomuliku teisenduse $\phi: \text{id}_{\mathcal{C}} \Rightarrow \text{id}_{\mathcal{C}}$, $\phi_\star = f$. Tõestage, et ühikfunktor $\text{id}_{\mathcal{C}}$ on iseenda vasakpoolne kaasfunktor ning selle adjunktsiooni ühikuks $\eta: \text{id}_{\mathcal{C}} \Rightarrow \text{id}_{\mathcal{C}} \circ \text{id}_{\mathcal{C}}$ ja koühikuks $\varepsilon: \text{id}_{\mathcal{C}} \circ \text{id}_{\mathcal{C}} \Rightarrow \text{id}_{\mathcal{C}}$ võib võtta funktori $\text{id}_{\mathcal{C}}$ samasusteisenduse. Näidake, et ühikuks η ja koühikuks ε võib võtta ka loomuliku teisenduse ϕ .