

# Murdarvude käsitlemine

## Asend ainekavas

---

- Harilikud ja kümnendmurrud. Vii õpilaseni miks need kasulikud?
- *Kümnendmurde* kasutatakse igapäevaelus rohkem (taskuarvuti, üleskirjutus analoogiline naturaalarvude üleskirjutusele, tehetes rakenduvad teadmised, mis on tuttavad naturaalarvude hulgalt)
- *Harilikke murde* kasutatakse samuti igapäevaelus (kell veerand viis, pool liitrit mahla, kinnisvaratehingud), valemite teisendamine, võrrandite lahendamine ( $x+4y=3$ ), eeltöö algebralisele murrule, lihtsam üles kirjutus - (näiteks  $1/3, 0,3333\dots$ ); harilike murdudega arvutades võimalus anda täpne vastus.
- Tekib küsimus: millistest murdudest alustada? Erinevates maades ja erinevatel aegadel on kasutatud kolme viisi:
  - enne kümnendmurrud, siis harilikud murrud (meil, Prantsusmaal, Austrias, ...)
  - enne harilikud murrud, siis kümnendmurrud (USA, Inglismaa, Venemaa, Saksamaa, Singapur ...)
  - mõlemad murrud paralleelselt (endine Ida-Saksamaa)

# Murdarvude käsitlemine

## Asend ainekavas

- Miks on meil valitud tee alustada kümnendmurdudega (kuigi 1960ndate aastateni alustati harilike murdudega)?  
Ainekavas seda siiski määratud ei ole. II kooliastme kava kirjutab: 1. ARVUTAMINE. Tunneb harilikku ja kümnendmurdu ning kujutab neid arvkiirel; kujutab harilikku murdu osana tervikust. Teisendab HM KMks, lõpliku KM HMks ning leiab HM kümnendlähendi. Neli põhitehet täisarvude ja positiivsete ratsionaalarvude vallas.
- Ollakse arvamusel, et kümnendmurdude üleskirjutus on õpilasele kergemini mõistetav, sest seal arendatakse edasi sama printsiipi nagu naturaalarvude üleskirjutuses.
- Ka tehetes kümnendmurdudega on palju analoogilist naturaalarvudega. Seoses kümnendmurdudega ei ole vaja kasutusele võtta eriti palju uusi mõisteid.
- Kümnendmurde kasutatakse igapäevases elus rohkem, ka on nende õpetamisel hea toetuda meetermõõdustikule. Harilike murdudega tehete õppimisel saab aga siis juba toetuda kümnendmurdudele.
- Seega meil õpitakse praegu kümnendmurde V klassis ja harilikke murde põhjalikumalt VI klassis.

# Kümnenndmurdude käsitlemine

## Kümnenndmuru mõiste kujundamine

---

- Kuigi alustatakse kümnenndmurdudest, on selle mõiste kujundamine ilma hariliku murru mõistet tundmata raskendatud. Raske ette kujutada kümnenndikku, sajandikku jne, kui eelnevalt ei tunne kahendikku, kolmandikku, neljandikku. Seetõttu võib kümnenndmuru mõiste jääda õpilastele formaalseks.
- Meie ainekava kohaselt tutvuvad õpilased hariliku murru mõistega juba IV klassis, kus harilik murd tekib terviku jagamisel võrdseteks osadeks. Levinud praktika kohaselt, aga ei sooritatud tehteid harilike murdudega.
- Kui V klassis tullakse kümnenndmuru juurde, on mõistlik veelkord korrata seda, kuidas saadakse harilik murd, mida näitab murru lugeja ja mida nimetaja. Edasi tuleks minna kümnenndiku ja sajandiku mõisteni.
- Selleks on hea kasutada mõõtühikute kümnenndsüsteemi. Kõige tuntumad õpilasele on pikkusmõõdud, ka saab siin joonlaua abil näitlikustada suurema ühiku jaotamist väiksemateks.

# Kümneendmurdude käsitlemine

## Kümneendmurru mõiste kujundamine

---

- Kõigepealt tuleb leida vajadus senise arvu mõiste laiendamiseks. Mitmetes õpikutes on toodud **selleks vajadus mingit mõõtmistulemust täpsemalt üles kirjutada.**
- Mitu õpilast on meie klassis, sellele saame vastata naturaalarvu abil. Mitu sentimeetrit on näiteks matemaatikaõpiku lehe pikkus ja laius, sellele ei saa enam naturaalarvu abil vastata. Mõõtes näeme, et lehe pikkus on rohkem kui 21 cm, aga vähem kui 22 cm. Joonlaualt näeme ka, et see on 21 cm 4 mm. Kuidas seda kirjutada sentimeetrites?
- Teades, et 1 mm on üks kümneendik sentimeetrist, võime öelda, et lehe pikkus on 21 ja neli kümneendikku sentimeetrit. Seda kirjutame koma abil järgmiselt: 21,4 cm.

# Kümnenndmurdude käsitlemine

## Kümnenndmurru mõiste kujundamine

---

- Kümnenndmurru mõiste juurde võib minna ka õpilastele tuntud eluliste näidete kaudu.
- Võib näiteks uurida poest saadud tšেকে, kus on kirjas hind 10.90 või kauba kogus 0.350 jne. Siin saavad juba õpilased pakkuda, mida nende arvates sellised arvud tähendavad.
- Ka võib leida teisigi tuntud näiteid elust või ajalehest (tulemused spordis, majandusnäitajad vms).
- Soovitav, et esimestes näidetes oleks vaid üks kümnenndkoht ja edasi kümnenndkohtade arv igas näites suureneb. Nii saame kõigepealt kujundada kümnenndiku mõiste, seejärel sajandiku mõiste jne.
- Vaadeldud näidetele tuginedes defineeritakse *kümnenndmurd kui koma abil kirjutatud arv*. Täpsemalt on kümnenndmurd *kümnenndsüsteemis koma abil kirjutatud murdarv, kus komast vasakul paiknevad täisosa numbrid ja komast paremal murdosa numbrid* (vt ka Abel, E. jt *Koolimatemaatika entsüklopeedia*).

# Kümnendmurdude käsitlemine

## Kümnendmurru koostis, nende võrdlemine

- Enne kui asuda tehete juurde, on vaja kindlalt selgeks saada kümnendmurru koostis.
- Kui tuginema näidetes mõõtühikutele, siis on vajalik eelnevalt korrata ja selgeks saada mõõtühikute vahelised seosed. Kui õpilased on nendega raskustes, võib ka kümnendmurru mõistmine raskendatud olla.
  - Näiteks tahvli pikkus  
 $3 \text{ m } 6 \text{ dm } 7 \text{ cm} = 3 \text{ m} + 6/10 \text{ m} + 7/100 \text{ m} = 3,67 \text{ m}.$
- Kümnendmurru koostise õppimisel on kasulik võtta appi järkude tabelid

T	S	K	Ü,	k	s	t
2	6	7	1,	4	8	5

# Kümnendmurdude käsitlemine

## Kümnendmurru koostis, nende võrdlemine

---

- Tuleb hoolikalt koos õpilastega uurida, missugused ühised jooned on järkudel komast vasakul ja paremal ning kindlasti ka seda, millised erinevused seal on.
- Mõnikord võib õpilastel kujuneda **väär arusaam**, et tegemist on kahe erineva arvuga: üks arv asub komast vasakul ja teine komast paremal. (**Mis siis arvutades juhtub?**)
- Seda väärarusaama aitab süvendada liigne tähelepanu mõõtühikutega sidumisele, eriti kui kasutame rahaühikuid (komast vasakul eurod, paremal sendid ).
- $2\text{€ } 35 \text{ s} + 7\text{€ } 80\text{s} =$
- $2\text{kg } 50\text{g} + 7\text{kg } 800\text{g} =$
- Paneme tähele, et neil kahel saavad tekkida erinevad vead.

# Kümnendmurdude käsitlemine

## Kümnendmurru koostis, nende võrdlemine

- Kui kümnendmurru mõiste on defineeritud, tuleks loobuda nimega arvudest ja tegelda vaid nimeta arvudega. Nii õpitakse selgeks arvu koostis, järgud arvus. Nii nagu naturaalarvude puhul, tuleb ka siin teha kahe suguseid ülesandeid:
  - lugeda etteantud arvu ja tunda selle järke ning
  - kirjutada öeldud arv üles.
- Tähelepanu pöörata ka nendele kümnendmurdudele, mille täisosaga on null. Mida tähendab 0,2 m?
- Tuleb kujundada ka oskus kümnendmurru kujutamiseks arvkiirel (abivahend joonlaud).
- Siit saab kohe üle minna kümnendmurdude võrdlemisele, tuues paralleelsele naturaalarvude võrdlemisega.
- Õpilane peab mõistma, mis vahe on näiteks arvudel 48 ja 48,0.
- Näide: 255 õpilast sõidavad suusapäevale bussidega, mille mahutavus on 45 reisijat. Mitu bussi vajatakse?
- Kindlasti tuleb vaadelda ka igapäevaelus kasutatavat rahasumma ümardamist, kus on mõnevõrra teistsugused reeglid (Näiteks: kuni 2007. a-ni kui oli kroonidega arvutamisel järgmine reegel 25 kr 73 s on ligikaudu 25 kr 75 s, sealt edasi 10 senti täpsus).

# Kümnenndmurdude käsitlemine

## Tehted kümnenndmurdudega

---

- Kümnenndmurdudega tehete õppimisel võimalik paljuski toetuda naturaalarvude vallas omandatud teadmistele. Kuidas?
- Kuidas saaks toetuda juba olemasolevatele teadmistele harilikest murdudest?
- $3/10 + 5/10 = 8/10$  ehk  $0,3 + 0,5 = 0,8$ . Nii ka sajandikega
- Millist õpetamise skeemi võiks kasutada iga tehte juures?
- Iga tehte juures võiks kasutatakse ühesugust üldskeemi:
  - luua reaalne vajadus tehte järele, tekitada motivatsioon tehte õppimiseks
  - otsida ja uurida, kuidas tuleks teha
  - sõnastada reegel
  - harjutada reegli järgi arvutamist printsiibil lihtsamalt keerulisemale
  - rakendus

# Kümnenndmurdude käsitlemine

## Tehted kümnenndmurdudega

- Millised on need lihtsamad ülesanded?
- Üleminekuta, üleminekuga liitmine. Komakohtade arv.
- Esimesed liitmistehted sellised, kus mõlemas liidetavas võrdne arv komakohti, siis erineva komakohtadega arvude liitmine
- Jällegi oluline järkude tabel, kuhu puuduvate järkude alla murdosas kirjutame nullid.
  - $3,47+2,5$

Ü,	k	s
3,	4	7
2,	5	0

# Kümnendmurdude käsitlemine

## Tehted kümnendmurdudega

- Keerulisem on intuiitselt tuletada kümnendmurdude korrutamise reeglit. (**õpikud:** Kaasik 5\_II lk 97, Nurk 5\_II lk 37)
- Võib lähtuda näiteks pindala arvutamise ülesandest.
  - Leida ristküliku pindala, kui selle mõõtmed on 3,2 cm ja 5,3 cm.

Teisendame kõigepealt mõõtmed millimeetriteks ja arvutame, et pindala on  $1696 \text{ mm}^2$ . Teame, et  $1 \text{ cm}^2$  on  $100 \text{ mm}^2$ ,  $16 \text{ cm}^2$  on  $1600 \text{ mm}^2$ . Seega ilmselt meie pindala on  $16,96 \text{ cm}^2$ .

- Võimalus ka uurida, kuidas muutub korrutis, kui ühte tegurit suurendada või vähendada mingi arv korda. Kui see omadus on teada, võib teha järjest näiteks järgmisi ülesandeid:

$$80 \cdot 4 = 320$$

$$8 \cdot 4 = 32$$

$$0,8 \cdot 4 = 3,2$$

$$0,8 \cdot 0,4 = 0,32$$

# Kümnenndmurdude käsitlemine

## Tehted kümnenndmurdudega

- Korrutamise ja jagamise korral tuleb piisavat tähelepanu pöörata ka järguühikuga korrutamisele ja jagamisele. See peaks muutuma automaatseks. Antud teema juures on paras koht ka mõõtühikute teisendamiseks.
- Kasulik on võrrelda naturaalarvude korrutamist-jagamist ja kümnenndmurdude korrutamist-jagamist. Mis siin erinevat? Mis toimub arvuga selle korrutamisel, jagamisel?
- Kui naturaalarvude korrutamisel korrutis on alati suurem, kui tegurid ehk korrutamisel tulemus suureneb (kui tegurite hulgas pole nulli ega ühte), siis kümnenndmurdude korrutamisel see enam nii ei ole.
- Kui naturaalarvude jagamisel jagatis on väiksem kui jagatav (kui ei jaga 1ga), siis **kümnenndmurdude jagamisel** võib ka vastupidi olla:  $0,8 : 0,4 = 2$ .  
 $8 : 0,5 =$  Võib ka meenutada, millist arvu otsime?
  - Sellist, millega arvu 0,5 korrutades saame 8.

# Kümnenndmurdude käsitlemine

## Tüüpilised vead arvutustes kümnenndmurdudega

- $7/10 = 0,07$  **Mis toimus?**
  - Kasutatakse analoogiat komast vasakul olevate järkudega, sest kümnelised on pärast koma paremalt *teisel* kohal naturaalarvus
- $0,45 < 0,256$  **Mis toimus?**
  - Vaadeldakse kui naturaalarve.  $45 < 256$ . Vea vältimiseks kanda arvud järkude tabelisse või lisada kümnenndmurru lõppu nulle
- $34,5 + 5,27 = 8,72$  **Mis toimus?**
  - Mõlemas liidetavas on kohtade arv võrdne, aga komakohtade arv on erinev. Kiusatus arvud ilusti üksteise alla kirjutada. Selle vältimiseks lisada algul kümnenndmurru lõppu nulle ja kasutada järkude tabelit. Sama viga tehakse ka lahutamisel
- $3,48 + 4,2 = 7,50$  **Mis toimus?**
  - Liitmisel liidetakse täisosad eraldi ja murdosad eraldi, kümnenndmurrus nähakse kahte erinevat arvu, näiteks. Jälle aitab järkude tabel. (eurod ja sendid).
- Sama viga tehakse ka lahutamisel:  $0,87 - 0,3 = 0,84$ .

# Kümnendmurdude käsitlemine

## Tüüpilised vead arvutustes kümnendmurdudega

- $0,014 \cdot 1,03 = 0,1442$  **Mis toimus?**
  - Korrutises tekib vähem kohti kui neid on vaja komaga eraldada, näiteks. Vältimiseks tuleks lasta juba enne korrutama asumist komakohtade arv kindlaks määrata
- $21,2 \cdot 0,15 = 0,318$  **Mis toimus?**
  - Kui korrutis lõpeb nulliga, siis kustutatakse null enne komakohtade arvu määramist
- $32,6 \cdot 1,4 = 4,564$  **Mis toimus?**
  - Korrutise komakohtade arv määratakse tegurites komast vasakul olevate kohtade järgi
- Jagamisel, kui jagatava täisosa on väiksem kui jagaja täisosa, ei osata jagatise täisosa määrata. Võiks lasta õpilasel vastust ligikaudu hinnata enne arvutamist.
- Jagamisel ei kirjutata koma jagatisse kohe, vaid tahetakse lõpus määrata (seda tehakse analoogiast korrutamiselega). Tuleb omavahel võrrelda korrutamistehet ja jagamistehet koma paneku aspektist
- kümnendmurdude kohta vt ka *Kaasik-Lepmann. Väike metoodikaraamat ...* 4.ptk