Peastarvutamise võtteid

Peastarvutamise all mõistame sellist arvutamist, mis toimub ilma väliseid abivahendeid kasutamata (mõttes) ja kus kasutatakse teistsuguseid arvutusalgoritme kui kirjalikul arvutamisel.

2.1. Liitmine

- **liitmine järkude kaupa**

peastarvutamisel on lihtsam alustada liitmist kõige kõrgemast järgust:

437 + 258 = 437 + 200 + 58 = 637 + 50 +8 = 687 + 8 = 695

See võte sobib eeskätt kolmekohaliste arvude liitmiseks, võib proovida ka neljakohaliste arvudega.

- **liitmine järkarvuni täiendamise abil**

sobib kasutada siis, kui üks liidetav on küllalt lähedal järkarvule:

236 + 296 = 236 + (300 – 4) = 536 – 4 = 532

algul võib soovitada õpilastel täiendid järkarvuni (antud näites 4) lasta õpilastel paberile kirjutada.

- **liitmine liidetavate sobiva rühmitamise teel**

kasutatakse siis, kui liidetavaid on rohkem kui 2

36 + 72 + 44 + 38 = (36 + 44) + (72 + 38) = 80 + 110 = 190
63 + 128 + 77 + 62 + 15 = 140 + 190 + 15 = 345

On ka kolmikuid, mis annavad summaks 20 (9 + 9 + 2 või 7 + 8 + 5), siis on mõistlik rühma võtta need 3 liidetavat

2.2. Lahutamine

- **lahutamine järkude kaupa**

lihtsam on ka siin alustada lahutamist kõige kõrgemast järgust

437 – 264 = (437 – 200) – 64 = (237 – 60) – 4 = 177 – 4 = 173

- **järkarvule lähedase arvu lahutamine**

538 – 299 = 538 – (300 – 1) = (538 – 300) + 1 = 238 + 1 = 239

- **järkarvust lahutamine**

mõnele õpilasele on lahutada lihtsam liitmise kaudu. Ülesandes $10\,000 - 8\,736$ arutleme nii: mis arv on vaja 6le liita, et saada 10; edasi mis arv on vaja liita 3le, et saada 9 jne. Arvud tuleks kirjutada teineteise alla, siis on lihtsam .

2.3. Korrutamine

- **korrutamine 25ga**

$25 = \frac{1}{4} \cdot 100;$ $25 \cdot a = \frac{100a}{4}$. Kuid naturaalarvude jagamisel toimime nii: $a : 4 = q,$ jääk $r,$ kus $r = 0, 1, 2, 3$, ehk $a = 4q + r$. Asendades a saadud avaldisega, saame

$$25a = \begin{cases} 100q, \text{ kui } r = 0 \\ 100q + 25, \text{ kui } r = 1 \\ 100q + 50, \text{ kui } r = 2 \\ 100q + 75, \text{ kui } r = 3 \end{cases}$$

Sama reeglit saame kasutada ka korrutamisel 2,5ga.

- **korrutamine 50ga**

Tuletage reegel ise, analoogiliselt 25ga korrutamisele

- **korrutamine 15ga**

$15 = 10 + \frac{1}{2} \cdot 10$ *ja* $15a = 10a + \frac{1}{2} \cdot 10a = (a + \frac{1}{2} a) \cdot 10$

Kui a on paaritu arv, jagame 2ga a-st 1 võrra väiksema arvu ja korrutise lõppu kirjutame 5, sest $\frac{1}{2} a \cdot 10 = (\frac{a-1}{2} + \frac{1}{2}) \cdot 10 = \frac{a-1}{2} \cdot 10 + 5$

- **korrutamine 11ga**

Arvestame, et 11 = 10 + 1. Vaatame, kuidas korrutada 11ga kahekohalist arvu $10a + b$. $(10a + b)(10 + 1) = 100a + 10(a + b) + b$. Seega korrutises sajaliste kohal on korrutatava arvu kümneliste number, kümneliste kohal on arvu numbrite summa ja üheliste kohal on korrutatava arvu üheliste number.

- **“suur 1x1” ehk 10 ja 20 vahel olevate arvude korrutamine**

Esitame korrutatavad arvud kujul 10 + a ja 10 + b. Siis $(10 + a)(10 + b) = [(10 + a) + b] \cdot 10 + ab$. See tähendab, et liidame esimesele tegurile teise teguri ühelised; saadud summat korrutame 10ga ja tulemusele liidame üheliste korrutise: $16 \cdot 14 = (16 + 4) \cdot 10 + 6 \cdot 4 = 224$

- **20 ja 30 vahel olevate arvude korrutamine**

Reegli tuletame analoogiliselt eelmise juhuga: $(20 + a)(20 + b) = 400 + 20(a + b) + ab = 2 \cdot [(20 + a) + b] \cdot 10 + ab$.

Nii võiks tuletada ka 30 ja 40 vahel asuvate arvude korrutamise reegli, kuid siin võivad tulla juba neljakohalised arvud ja peastarvutamine on raskem.

- **kahekohaliste arvude korrutamine juhul, kui nende kümneliste numbrid on samad ja üheliste summa on 10**

$(10c+a)(10c+b)=100c^2+10c(a+b)+ab=100c^2+100c+ab=c(c+1)\cdot 100+ab,$ sest $a + b =$ 10.

- **kahekohaliste arvude korrutamine juhul, kui arvude kümneliste summa on 10 ja ühelised on samad**

$(10a+c)(10b+c)=100ab+100c+c^2=(ab+c)\cdot 100+c^2$

- **100 lähedaste kolmekohaliste arvude korrutamine**

$(100+a)(100+b)=[(100+a)+b]\cdot 100+ab$

- **100 lähedaste kahekohaliste arvude korrutamine**

$(100-a)(100-b)=[(100-a)-b]\cdot 100+ab$

2.4. Arvude ruudud

- **5ga lõppeva kahekohalise arvu ruut**

$(10a+5)^2=100a^2+100a+25=a(a+1)\cdot 100+25$

Selliselt saame ruutu tõsta ka näiteks $7{,}5^2=56{,}25$ või $\left(3\frac{1}{2}\right)^2=12\frac{1}{4}$

- **50 ja 75 vahel olevate arvude ruudud**

$(50+a)^2=2500+100a+a^2=(25+a)\cdot 100+a^2$

- **100 ja 125 vahel olevate arvude ruudud**

$(100+a)^2=[(100+a)+a]\cdot 100+a^2$

- **75 ja 100 vahel olevate arvude ruudud**

$(100-a)^2=[(100-a)-a]+a^2$

- **25 ja 50 vahel olevate arvude ruudud**

$(50-a)^2=(25-a)\cdot 100+a^2$

Neid ja veel teisigi peastarvutamise võtteid tutvustatakse raamatus *O. Karu. Arvutuspraktikum 7. klassile. Tln, 1977 (või 1984)*

Ka õpilastel endil võib soovitada oma reeglite tuletamist peastarvutamise hõlbustamiseks, näiteks $25\cdot 16=(25\cdot 4)\cdot 4=400$. Arvutada saab ju alati erinevatel viisidel.

2.5. Peastarvutamise mitmekesistamise võimalusi

Õpetaja peaks taotlema ka seda, et õpilased õpiksid mõistma erineval viisil sõnastatud arvutustehet. Näiteks võimalusi liitmistehte sõnastamiseks:

- millega võrdub 85 pluss 39?
- millise arvu saame, kui 85le liidame 39?
- suurenda arvu 85 39 võrra;
- leia arv, mis on 85st 39 võrra suurem.

Peastarvutamisel saab kasutada kolme liiki harjutusi: kuulmisharjutused, nägemisharjutused ja kuulmis-nägemisharjutused. Viimasel juhul esitab õpetaja ülesande kirjalikult tahvlil ja samal ajal ka ütleb tehte suuliselt. Kõige raskem on õpilasel arvutada ainult kuulmise järgi.

Peastarvutamisel tuleks kasutada erinevaid metoodilisi võtteid, et muuta see tegevus õpilaste jaoks huvitavamaks. Võib pakkuda ühetehtelisi ülesandeid, aga ka mitmetehtelisi ülesandeid, mille korral öeldakse kas vahevastuseid või ainult lõppvastus (näiteks $(43 \cdot 3 - 49) : 4$). Võib lasta õpilastel koostada ise ülesandeid, mille vastus on ette antud. Õpetaja võib tahvlile kirjutada palju arve ja osutab kahele nendest, ise nimetades ka tehte. Võib anda õpilastele ülesandeid, kus ka vastus on olemas. Õpilaste ülesanne on kontrollida vastuse õigsust. Võib anda ülesandeid, kus õpilased peavad määrama puuduva tehtemärgi. Raamatust *E. Pehkonen, L. Pehkonen. Nüüd on minu kord, Tln: Avita, 1997* võib leida palju mänge arvutamise harjutamiseks.

Mõni minut peastarvutamist tunni algul või lõpul loob alati hea meeleolu ja aitab samas õpilasel parandada oma arvutusoskust, mille hea valdamine võimaldab saavutada edu paljude keerukamate matemaatikaülesannete lahendamisel.

Kodune ülesanne

1. Koostada ülesannete komplekt (10 alaülesannet) peastarvutamise kontrollimiseks.

- Kuidas planeerida selle läbiviimine?
- Millised ülesanded on töösse valitud ja miks?
- Kui palju aega selle läbiviimisele peaks kuluma?
- Kuidas kontrollitakse? jms