

Protsentarvutus koolis.

Protsendi mõiste

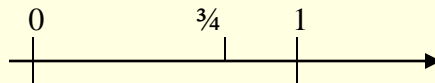
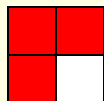
- Protsendi mõiste võeti kasutusele Indias V sajandil, Euroopasse jõudis see XVI sajandil. Protsent tuleneb ladinakeelsest väljendist *pro centum* ja tähendab tõlkes “saja kohta” (või itaalia keelest *per cento*). Protsendi definitsioone on erinevaid. Näiteks
- **Definitsioon 1.** Üheks protsendiks nimetatakse 1/100 osa tervikust: $1\% = 1/100$ osa
- **Definitsioon 2.** Üheks protsendiks nimetatakse ühte sajandikku: $1\% = 1/100$.
- Esimese definitsiooni kohaselt on protsent alati seotud mingi arvuga (tervikuga), teisel juhul võiks ta olla ka iseseisev arv 1/100. Kas on mõtet protsendil kui iseseisval arvul ehk kas kirjutis $1\% = 1/100$ on korrektne, selle üle on vaieldud pikka aega. Ka Eestis, ka praegu.
- Lisaks lugeda: Regina Reinup, Protsentõppe algetapp – positiivne kogemus, Haridus 1-2/2008. http://haridus.opleht.ee/Arhiiv/1_22008/14-17.pdf

Protsentiarvutus koolis.

Protsendi mõiste

- Protsendid on tegelikult osamäärad, mida võib üles kirjutada samahästi ka kümnendmurru või hariliku murru abil. **Hariliku murru mõistet kujundades saab see murd 2 sisuliselt erinevat tõlgendust: harilik murd kui suhe ehk osamäär (osa mingist tervikust) ja harilik murd kui jagatis (absoluutarv).** Kirjapildis me neid kahte tähendust ei erista, vaid me loeme tähenduse välja ülesande kontekstist.

■ $\frac{3}{4}$



- Näiteks antud joonised illustreerivad hariliku murru $\frac{3}{4}$ kahte eri tähendust: vasakul suhtarv ja paremal arvteljel kui absoluutarv.
- Küsime nüüd uuesti: kas kirjutis $1\% = 1/100$ on korrektne? Vastus sõltub sellest, millist hariliku murru tähendust me silmas peame. Kui me antud kontekstis mõistame $1/100$ kui suhtarvu (kui ühte sajandikku osa millestki), siis oleme tegelikult üle läinud definitsioonile 1 ehk selles tähenduses definitsioonid 1 ja 2 on sisuliselt identsed.

Protsentarvutus koolis.

Protsendi mõiste

- Väga paljude maade kooliõpikutes ongi kasutusel definitsioon 2 just viimases tõlgenduses.
- Defineerides protsendi kui $1/100$ (definitsioon 2) tuleb kindlasti rõhutada ka õpilastele, et siin me vaatleme $1/100$ millestki. Tekstülesandeid lahendades see arusaam süveneb.
- Kuid protsendi mõistega tutvumise järel on järgmine oluline samm siduda protsendid harilike ja kümnendmurdudega.
- Protsent ei peaks kujunema uueks, raskeks ja võõraks mõisteks, mis nõuab erilist lähenemisviisi. Ajaloolises arengus on sajandikud osutunud kogemuslikult just paraja suurusega ühikuteks, millega on mitmesuguseid reaalsuses esinevaid suurusi (hinnad, palgad, pindalad, ruumalad, rahvaarvud jne) otstarbekas võrrelda ja nende muutumist iseloomustada. Need suurused on seotud mõõtühikutega ja nendega jäävad seotuks ka protsendid.

Protsentiarvutus koolis.

Protsendi mõiste

- Rakenduslike protsentülesannete korral on tavaliselt tarvis protsendid esitada hariliku või kümnendmurru (või naturaalarvu) kujul ja ka vastupidi. Seega sild nende arvude vahel on väga oluline ja enne tekstülesannete lahendamise juurde asumist on otstarbekas vastavaid harjutusi teha, näiteks täita järgmist tabelit.

protsentides	hariliku murruna	kümnendmurruna
50%	$1/2$	
		0,1

Protsentarvutus koolis.

Protsent ainekavas

- Kehtiva ainekava kohaselt tunneb VI klassi lõpetaja protsendi mõistet ja leiab protsendi tervikust.
- 2010. a õppekava reformiga ei pea oskama lahendada kõiki protsentülesannete põhitüüpe (hoiustamine, intress).
- III kooliastmes on *Protsent* eraldi valdkond.
- VII klassis arvu leidmine tema osamäära ja protsendimäära järgi. Jagatise väljendamine protsentides. Suuruse muutumise väljendamine protsentides.
- Kasutatud on ka selliseid mõisteid:
 - *Protsendipunkt* (eristab muutust protsentides ja protsendipunktides);
 - Tutvustavalt *promilli* mõiste.
- III kooliastmes õpilane tõlgendab reaalsuses ja teistes ainetes esinevaid protsentides väljendatavaid suurusid, sealhulgas laenudega seotud kulutusi ja ohte.
- Protsendi õppimine lõimib ja seondub mitmete läbivate teemadega:
keemia tunniga, läbiv teema Keskkond ja jätkusuutlik areng.

Protsentarvutus koolis.

Protsentülesannete põhitüübid, lahendamise metoodika.

- Tavaliselt käsitletakse koolis kolme protsentarvutuse põhiülesannet:
 - protsendi leidmine arvust,
 - arvu (terviku) leidmine osa või protsentides antud osamäära järgi ning
 - jagatise väljendamine protsentides (ülesanne *mitu protsenti moodustab üks arv teisest*).

Seejärel jõutakse ülesanneteni, kus tuleb väljendada mingi suuruse muutumist protsentides. Neid ülesandeid vaadeldakse vahetult pärast tehteid harilike murdudega, kui eelnevalt on samasuguseid ülesandetüüpe lahendatud juhul, kui osamäär on antud hariliku murruna.

- Seega juba enne on jõutud reegliteni, kuidas leida
 - osa arvust (*antud arvust mingi osa suuruse arvutamiseks leian 1) ühe osa suuruse ja 2) vajaliku arvu osade suuruse ehk osa leidmiseks arvust tuleb antud arv korrutada osamääraga*),
 - tervikut (*terviku leidmiseks jagame osale vastava arvu osamääraga*).
- $2/5$ on $10 \dots 1/5$ on $10:2 \dots$ terve on $5/5$ so $5 \cdot (10:2)$

Protsentiarvutus koolis.

Protsentülesannete põhitüübid, lahendamise metoodika.

- Kõigi nende protsentiarvutuse põhiülesannete lahendamiseks võib kasutada kolme erinevat meetodit: (a) ühiku meetod ehk 1% meetod; (b) reegli meetod; (c) võrde meetod.
- **Ühiku meetodi** olemus seisneb selles, et sõltumata ülesande tüübist leitakse kõigepealt 1% suurus.
- Ülesanne 1: *Koolis on 800 õpilast, kellest 15% sai viimase veerandi matemaatikahindeks 5. Mitu õpilast sai veerandihindeks 5?*

Lahendus. 100% on 800 õpilast, siis 1% on $800 : 100 = 8$ õpilast. Seega 15% on $15 \cdot 8 = 120$ õpilast.

- Ülesande 2: *Minule kuulub 420 ruutmeetrit maad, mis moodustab 15% ühistu maast. Kui suur on ühistu maa?*

Lahendus.

- 15% on 420
- 1% on $420 : 15 = 28$
- 100% on $100 \cdot 28 = 2800$ (ruutmeetrit)

Protsentarvutus koolis.

Protsentülesannete põhitüübid, lahendamise metoodika.

- **Reegli meetodi** korral tuleb kõigepealt määrata, millise tüüpülesandega on tegemist ja seejärel rakendada õpitud reeglit. Näiteks ülesande 1 lahendamiseks korrutan arvu osamääraga:
- Ülesanne 1: *Koolis on 800 õpilast, kellest 15% sai viimase veerandi matemaatikahindeks 5. Mitu õpilast sai veerandihindeks 5?*
 - TULEB KORRUTADA
 - $15\% = 0,15$
 - $0,15 \cdot 800 = 120$.
- Ülesande 2: *Minule kuulub 420 ruutmeetrit maad, mis moodustab 15% ühistu maast. Kui suur on ühistu maa?*
 - TULEB OSA JAGADA OSAMÄÄRAGA
 - $15\% = 0,15$
 - $420 : 0,15 = 2800$.

Protsentiarvutus koolis.

Protsentülesannete põhitüübid, lahendamise meetoodika.

- **Võrde meetodi** korral koostame antud suurustest võrde. Protsentülesandes on tegemist 4 suurusega:
 - tervik A ... vastav osamäär 100% ning
 - osa B , vastav osamäär on $p\%$. Mida võib öelda suuruste A ja B ning 100 ja p kohta?
- Nad on võrdelised ehk p moodustab 100st sama suure osa nagu B moodustab arvust A . Mida see tähendab?

$$\frac{A}{B} = \frac{100}{p}$$

- Seda võrdelisust kirjutame üles ka nii
 - B - $p\%$
 - A - 100%
 - Viimases võrdes võib igaüks kolmest tähelisest suurusest olla otsitavaks ja siit tulenevad ka kolm protsentülesande põhitüüpi. Millised? Püüdke sõnastada (vt X klass 1.5).

Protsentarvutus koolis.

Protsentülesannete põhitüübid, lahendamise metoodika.

- Ülesanne 2: Minule kuulub 420 ruutmeetrit maad, mis moodustab 15% ühistu maast. Kui suur on ühistu maa?

Lahendus võrde meetodiga oleks järgmine:

x - 100%
420 - 15%,

- kust $\frac{x}{420} = \frac{100}{15}$ ja $x = \frac{420 \cdot 100}{15} = 2800$

- st reegel võrde koostamiseks (3 5st, 100le vastab 5, 10% 25st, 25le vastab 100).

Protsentarvutus koolis.

Protsentülesannete põhitüübid, lahendamise metoodika.

- Kerkib küsimus: millist meetodit tuleks õpetada koolis? Missugune seis on meie õpikutes?
- Vaadeldes praegusi õpikuid näeme, et esimesed protsentülesanded (ja eelnevalt analoogilised ülesanded hariliku murru kujul antud osamääraga) lahendatakse nn ühiku meetodiga. Miks selline algus hea?
- See peaks andma õpilasele sisulise arusaamise. Kuid selle juurde ei tohiks peatuma jääda.
- Järgnevalt tuleks jõuda ühesuguse põhiskeemiga ülesannete lahendusi üldistades reeglini ja siis võib lahendada ülesannet juba reeglile tuginedes.
- Kui mingi kauba maksustatav hind on a krooni ja käibemaks 18%, siis on selle kauba käibemaks absoluutarvus $0,18a$ krooni ja müügihind $1,18 a$ krooni. Võib öelda ka, et õpilane peaks omandama operatiivsed arvutusvõtted. Siin on vajalik, et õpilane oskaks ülesande tüübi määrata ja selle lahendamiseks sobiva reegli välja valida. (Praegu on 20%)
- Aga äkki on vajalik ka valmidus oma reeglit alati suuta põhjendada? Teadmine arusaamise tasemel? **Arvuti on ju olemas ja tehnilisi nippe pole enam vaja, vaid sisulist mõistmist???**

Protsentarvutus koolis.

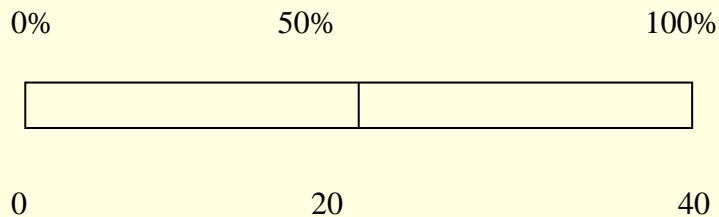
Protsentülesannete põhitüübid, lahendamise metoodika.

- Praeguses ainekavas ei ole otseselt nõutud võrde õpetamist. On teema *võrdeline ja pöördvõrdeline seos* (III kooliastmes) ja selle raames võib muidugi jõuda ka võrdeni. Ka mitmetes õpikutes on paragrahv *võrre* olemas. Kuid protsentülesandeid selle teema juures peaaegu pole. Muidugi ei näe ainekava midagi ette protsentülesannete lahendamise metoodika kohta. Seega on iga õpetaja enda otsustada, kas tuleks jõuda protsentülesannete lahendamisel ka kolmanda (ja praktikas ning teistes õppeainetes kasutatava) lahendusmeetodini – võrde meetodini.
- Aga ikkagi 1-le protsendile taandamine peaks olema treenitud vilumuseni. Sama käib osade kohta, kui antud $\frac{2}{5}$, siis peast peaks oskama leida ka $\frac{1}{5}$ arvust jne

Protsentarvutus koolis.

Protsentülesannete põhitüübid, lahendamise meetoodika.

- Protsentülesande lahenduse vormistus on analoogiline teiste tekstülesannete omaga.
 - Kasulik on alati kujutada andmeid ja nendevahelisi seoseid joonisel (lahuste ülesanded), parema ülevaate saamiseks võib andmed kanda tabelisse.
 - Joonisel võiks kasutada kahte paralleelset skaalat: ühele märgime protsendid ja teisele nendele vastavad arvud:



- Protsendi teema juures on kindlasti vaja õpetajal endal koostada ülesandeid, mis haakuvad antud klassi õpilaste eluga. Siin võib ainetikku leida klassist, koolist, õpilaste isiklikest tegemistest (huvid, vaba aeg jne), nende lähemast ümbrusest või teistes ainetes õpitavast materjalist. See, mis on Sinu jaoks huvitav, ei pruugi olla huvitav lastele
- Ülesanded tüüpi: hind tõusis ja langes sama protsendi võrra. Hinnad alanesid keskmiselt $a\%$ (manipuleerimine siin). Protsendi võtmise järjekord. *Olgu kauba hind on 236 eurot, leia käibemaksuvaba.*

Protsentiarvutus koolis.

Protsentülesannete põhitüübid, lahendamise metoodika

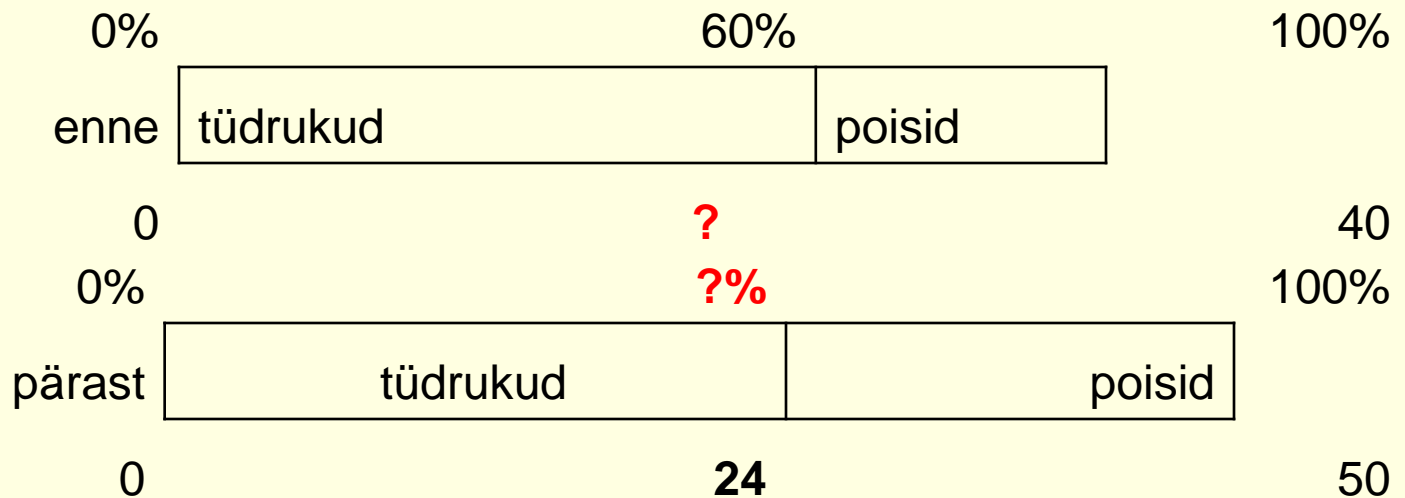
- Arvutiringi 40 liikmest moodustasid tüdrukud 60%. Hiljem liitus ringi tööga veel 10 poissi. Mitu protsenti moodustavad tüdrukud nüüd ringi liikmetest? (TIMSS, lahendus 20%, 11 koht)
- Kuidas toetaksid joonisega?

Tüdrukuid 60%	Poisse 40%
Mitu?	
Kokku 40 õpilast	

Tüdrukuid 24	Poisse 26
Mitu protsenti?	
Kokku 50 õpilast	

Protsentiarvutus koolis.

Protsentülesannete põhitüübid, lahendamise metoodika



Protsentiarvutus koolis.

Üldisi märkusi

- Lisaväärtus: ülesannete mittematemaatiline sisu
- Vaatluse alla saab võtta ka valdkonnad, millega õpilane hetkel kokku ei puutu, kuid tõenäoselt puutub sellega kokku tulevikus:
 - andmed oma maa kohta (rahvastik, tööhõive, saavutused)
 - rahandus, pangandus
 - ehitus,
 - perekonna eelarve (toit, küte, elekter)
 - erinevad elukutsed
 - multikultuursus õpetuses
- Juba protsendi mõiste juurde minekuks peaks õpetaja valima just õpilastele lähedase sisuga ülesande.
- Kindlasti tuleks lasta ka õpilastel endil koostada protsentülesandeid. Mõistlik on seda teha rühmatööna tunnis või koduse tööna. Enda koostatud ülesannete lahendamine motiveerib õpilasi.

Protsentiarvutus koolis.

Üldisi märkusi

- Väga oluline, et õpilastel kujuneks oskus vastust ligikaudu hinnata, seda juba ka enne arvutama asumist. Selleks peast hinnangu ülesanded. Näiteks: 15% 25. Otsida õige hinnates pakutud vastuseid.
- Tuleks arutleda selle üle, milleks protsente on vaja kasutada. Võib lähtuda näiteks järgmisest ülesandest. *Ühel talunikul on plaan künda 300 ha maad ja teisel 450 ha. Esimene on juba kündnud 210 ha ja teine 300 ha. Kumb talunik on künnitöödega kaugemal? Vead mõõtmisel kui mõõdetakse kilomeetrit, meetrit. Parem veel, kui see näide õpilasele lähema sisuga: Eelmisel sügisel oli mu pikkus selline ja kaal taoline, nüüd ...*
- Protsendipunktist tuleks ka rääkida.
 - Suurenes protsendi võrra
 - Suurenes protsendipunkti võrra

Protsentarvutus koolis.

Küsimusi

- Esitage järgmiste protsentülesannete lahendused (st näidake, kuidas ajalehe artikli autor oleks pidanud andmetest järeldused tegema)
 - Parteil oli valimiskampaania alguses 8% toetajaid, valimiskampaania lõpus aga 12%. Mitme protsendi võrra suurenes partei toetajaskond?
 - Koostage ise üks õpilastele Teie arvates huvitav protsentülesanne ja esitage selle lahendus

Lugemist

- "Ah et sina, Juku, oled nüüd ärimees!" imestab vana pedagoog. "Seda poleks küll ilmaski osanud arvata, sest koolis oli sul matemaatikaga suuri raskusi..."
"Äriaamine käib minu käes kui käkitegu! Ja mis seal keerulist on: kahe tuhandega ostan, nelja tuhandega müün - see kaks protsenti vaheltkasu rahuldab mind täielikult!"
- Protsendipunkt, Telgmaa artikkel ÕLs
- Õpetaja süüdistamine on ülekohtune, Telgmaa ÕLs
- Veel protsentarvutusest, Tõnso ÕLs
- Tiiu Sasi teine tund, ülesandeist valige Õunad ja Salasõnum
- Matemaatika põhivara
- Savina otsitud materjalid, <http://mott.edu.ee/mottwiki>