

Sissejuhatus algebra struktuuridesse

Näpunäiteid 3. praktikumiks

Abeli rühmad.

1. Juba mittekommutatatiivsuse formuleerimiseks on vaja vähemalt 5 erinevat elementi.
2. Võib tõestuseta kasutada oma teadmisi tsükliliste rühmade struktuuri kohta.
3. Tegurdada 2023. Lagrange'i teoreem või LARPT.
4. Lagrange'i teoreem.
5. Lagrange'i teoreem ja LARPT.
6. Tähistagu $\text{Aut}(A)$ rühma A kõigi automorfismide rühma. Näidata, et $\varphi : P \rightarrow \text{Aut}(A)$, mis on defineeritud seosega $\varphi(p)(a) = pap^{-1}$, on rühmade homomorfism ja järeldada rühmade järke võrreldes, et $\varphi(P) = \{1_A\}$.
7. Kõigi jaguvate alamrühmade summa on jaguv (miks?). Kui X/Y on jaguv ja Y on jaguv, siis X on jaguv. Isomorfismiteoreemid.
8. Võib tõestuseta kasutada järgmisi fakte:
 1. LARPT invariantsete tegurite kuju: iga lõplikult moodustatud Abeli rühm A on esitatav otsesummana $A \cong \mathbb{Z}_{k_1} \oplus \dots \oplus \mathbb{Z}_{k_t} \oplus \mathbb{Z}^m$, kus $k_1 \mid k_2$, $k_2 \mid k_3, \dots, k_{t-1} \mid k_t$.
 2. $\text{Hom}(\mathbb{Z}_m, \mathbb{Z}_n) \cong \mathbb{Z}_{\text{SÜT}(m,n)}$.
 3. Abeli rühmade G ja $G_i, i = 1, \dots, n$, korral

$$\text{Hom} \left(\bigoplus \sum_{i=1}^n G_i, G \right) \cong \bigoplus \sum_{i=1}^n \text{Hom}(G_i, G)$$

ja

$$\text{Hom} \left(G, \bigoplus \sum_{i=1}^n G_i \right) \cong \bigoplus \sum_{i=1}^n \text{Hom}(G, G_i).$$