

Algebra I eksami näidisvariant

Sügis 2023

Eksam kestab 2 tundi. Abimaterjalide kasutamine ei ole lubatud. Eksamitöö annab maksimaalselt 46 punkti.

1. Ühejuurte rühm

- (a) Rühma definitsioon. (2p)
- (b) Tuua näide mingist mittekommutatiivsest rühmast. (1p)
- (c) Panna kirja kompleksarvuliste ühejuurte leidmise valem. (1p)
- (d) Tõestada, et n -nda astme ühejuurte hulk on rühm kompleksarvude korrutamise suhtes (6p).

2. Elementaarteisendused maatriksi ridadega

- (a) Defineerida regulaarne maatriks. (1p)
- (b) Millised on elementaarteisendused maatriksi ridadega? (2p)
- (c) Tuua näide mingist kolmandat järku regulaarsest maatriksist, mis ei ole ühikmaatriks. (1p)
- (d) Tõestada, et kui A on regulaarne maatriks ja maatriks B on saadud maatriksist A ridade elementaarteisenduste abil, siis ka B on regulaarne. (6p)

3. Lineaarteisenduse maatriks

- (a) Defineerida lineaarteisenduse maatriks baasi e suhtes. (3p)
- (b) Kuidas näeb välja samasusteisenduse maatriks? (1p)
- (c) Tuua näide mingi vektorruumi mingist lineaarteisendusest, mis ei ole samasusteisendus ega nullteisendus. (2p)
- (d) Sõnastada ja tõestada seos lineaarteisenduse maatriksite vahel erinevate baaside suhtes. (10p)

4. Ortogonaalsed vektorite süsteemid

- (a) Defineerida ortogonaalne vektorite süsteem eukleidilises ruumis. (1p)
- (b) Tõestada, et nullist erinevate vektorite ortogonaalne süsteem on lineaarselt sõltumatu. (7p)
- (c) Tuua näide mingist lineaarselt sõltumatust vektorite süsteemist, mis ei ole ortogonaalne. (2p)