

# MTMM.00.341 Kõrgem matemaatika II

## Calculus II

2022/2023 kevad päevaõpe

Aine struktuuriüksus	matemaatika ja statistika instituut (LTMS)
Aine maht (1 EAP=26 tundi)	6 EAP
Kestus semestrites	1
Toimumise sagedus	igal semestril
Lõpphindamine	Eristav (A, B, C, D, E, F, mi)
Ainekava maht	6 EAP
Õppejõud	Ella Puman (vastutav), Annely Mürk
Õppekeeled	eesti keel
Osalejate miinimumarv	5
Osalejate piirarv	65
Õppeastmed	bakalaureuseõpe
Õppetöö vormid ja mahud tundides	loengud: 32 praktikumid: 64 iseseisev töö: 60
Õppevorm	põimõpe
Toimumisnädalad	24. - 39. n. 2 L, 4 P n-s

### Eeldused

Kohustuslik:	MTMM.00.003 Kõrgem matemaatika I (6 EAP, 4 AP) või MTMM.00.145 Kõrgem matemaatika (6 EAP, 4 AP) või MTMM.00.179 Matemaatiline analüüs I (6 EAP, 4 AP) või MTMM.00.188 Kõrgem matemaatika (6 EAP, 4 AP) või MTMM.00.307 Algebra I (6 EAP) või MTMM.00.340 Kõrgem matemaatika I (6 EAP) või LTMS.00.006 Kõrgem matemaatika (jätk) (3 EAP) või LTMS.00.059 Kõrgem matemaatika I (epsilon-delta) (6 EAP)
--------------	---

### Õppekavad, kuhu aine kuulub

Andmeteadus (214386)	Mag	2020/2021	2021/2022	2022/2023
Arvutitehnika (83866)	Bak	2020/2021	2021/2022	2022/2023
Füüsika, keemia ja materjaliteadus (144301)	Bak	2020/2021	2021/2022	2022/2023
Informaatika (2476)	Bak	2022/2023		
Loodus- ja reaalinete õpetamine põhikoolis (144897)	Bak	2020/2021	2021/2022	2022/2023
Matemaatika (2472)	Bak	2020/2021	2021/2022	2022/2023

### Eesmärk eesti keeles

Vektorruumi, alamruumi ja vektorite lineaarse sõltuvuse mõistete omandamine.  
Mitme muutuja funktsioonide diferentsiaal- ja integraalarvutuse aluste omandamine.  
Diferentsiaalvõrrandite lahendusoskuse omandamine.  
Üliõpilaste matemaatilise mõtlemisoskuse arendamine.  
Ülesannete lahendamiseks sobiva valemi valimine ja rakendamine ülesannete lahendamisel (õpioskus).

### Eesmärk inglise keeles

To study the basic concepts of theory of vector spaces and linear independence of vectors.  
Functions of several variables. Partial differentiation. Multiple integrals.  
Differential equations solving methods. Partial differential equations solving methods.  
To develop the students ability to think mathematically and confidence to use mathematics in problem solving.  
To choose suitable mathematical conceptions (formulae) for problems, and to apply these conceptions while solving

problems.

### Õpiväljund eesti keeles

Selle kursuse läbinud üliõpilane:

1. Oskab defineerida vektorruumi ja vektorite lineaarset sõltuvust.
2. Oskab defineerida ja leida osatuletisi ja täisdiferentsiaali mitme muutuja funktsioonile.
3. Oskab leida kahe- ja kolmekordseid integraale.
4. Oskab leida funktsiooni ekstreemumeid, tunneb Lagrange'i meetodit.
5. Teab harilikku diferentsiaalvõrrandi mõistet, oskab lahendada eralduvate muutujatega võrrandit, homogeenet võrrandit, lineaarset esimest ja teist järku diferentsiaalvõrrandit.
6. Tunneb osatuletistega diferentsiaalvõrrandeid, oskab lahendada neist lihtsamaid.
7. Valib ülesannete lahendamiseks sobivad matemaatilised kontseptsioonid (valemid) ning rakendab neid ülesannete lahendamisel.

### Õpiväljund inglise keeles

1. Is able to define vector space and linear independence of vectors.
2. Is able to find partial derivatives and total differentials for functions of several variables.
3. Is able to find multiple integrals.
4. Is able to find extremal points for functions of two variables and use the method of Lagrange multipliers.
5. Is familiar with notation of ordinary differential equation, is able to solve the separable equations, homogeneous equations, linear equations of first and second order.
6. Is able to solve simple partial differential equations.
7. Chooses suitable mathematical conceptions (formulae) for problems, and applies these conceptions while solving problems.

### Sisu lühikirjeldus eesti keeles

Vektorruumid, vektorite lineaarne sõltumatus. Mitme muutuja funktsioonide diferentsiaal- ja integraalarvutus. Kordsed integraalid. Ekstreemumite leidmine ja optimeerimine. Arvread, astmereal ja Fourier' read. Harilikud diferentsiaalvõrrandid, osatuletistega diferentsiaalvõrrandid.

### Sisu lühikirjeldus inglise keeles

Vector spaces. Functions of several variables. Multiple integrals. Extremal points. Sequences and series. Ordinary differential equations. Partial differential equations.

### Rühmad

Rühma tähis Osalejate piirarv Õppejõud

FKM1	25	Praktikumijuhendaja Annely Mürk
FKM2, keemia	40	Praktikumijuhendaja Ella Puman

### Ajakava

loeng - Kursuse reeglid ja sisu tutvustus. Vektorruum üle reaalarvude. Vektorruumi mõiste, omadused. Vektorruumi alamruum. Lineaarkate.
loeng - Vektorsüsteemi lineaarne sõltuvus ja sõltumatus. Vektorruumi baas. Vektori koordinaadid.
loeng - Arvread. Arvrea mõiste, rea summa ja koonduvus. Geomeetiline ja harmooniline rida. Arvrea absoluutne ja tingimisi koonduvus. Arvrea koonduvustunnused.
loeng - Astmereal. Fourier' read. Astmereal, astmereal koonduvusraadius ja koonduvuspiirkond. Funktsiooni arendamine astmerekaks. Tayloriga rida. Fourier' rea mõiste, funktsiooni arendamine Fourier' reaks.
loeng - Mitme muutuja funktsioonid. Osatuletised. Mitme muutuja funktsiooni mõiste, geomeetiline tõlgendus, määramispiirkond. Mitme muutuja funktsiooni piirväärtus ja pidevus. Piirväärtuse omadused ja arvutamine.
loeng - Esimest järku osatuletised, nende geomeetiline tõlgendus. Liitfunktsiooni osatuletised. Mitme muutuja funktsiooni diferentseeruvus. Esimest järku täisdiferentsiaal. Ligikaudsed arvutused täisdiferentsiaali abil. Kõrgemat järku osatuletised ja täisdiferentsiaal.

<p>loeng - Mitme muutuja funktsiooni ekstreemumid, nende leidmine. Tinglikud ekstreemumid, Lagrange'i kordajate meetod. Optimiseerimine. Lineaarne regressioon. Vähimruutude meetod. Ilmutamata kujul antud funktsiooni tuletise leidmine.</p>
<p>loeng - Kahekordne integraal. Kahekordse integraali mõiste, geomeetiline tõlgendus - kõversilindri ruumala, tasandilise kujundi pindala. Kahekordse integraali omadused, arvutamine. Muutujavahetus kahekordses integraalis, üleminek polaarkoordinaatidele.</p>
<p>loeng - Kahekordse integraali rakendused. Kolmekordne integraal. Kahekordse integraali geomeetrilised ja füüsikalised rakendused. Kolmekordse integraali mõiste, arvutamine. Muutujavahetus kolmekordses integraalis, üleminek silindrilistele ja sfäärilistele koordinaatidele.</p>
<p>loeng - Kolmekordse integraali rakendused. Joonintegraalid. Kolmekordse integraali geomeetrilised ja füüsikalised rakendused: keha ruumala, mass, masskese. Esimest järku joonintegraali mõiste, omadused, arvutamine.</p>
<p>loeng - Diferentsiaalvõrrandid. Diferentsiaalvõrrandi mõiste, liigitus, järk, üldlahend, erilahend. Cauchy ülesanne. Esimest järku harilikud diferentsiaalvõrrandid. Eraldatud ja eralduvate muutujatega diferentsiaalvõrrandid. Lineaarsed diferentsiaalvõrrandid.</p>
<p>loeng - Esimest järku harilikud diferentsiaalvõrrandid. Numbrilised meetodid. diferentsiaalvõrrandi lahendamiseks. Homogeensed esimest järku diferentsiaalvõrrandid. Diferentsiaalvõrrand, mis sisaldab murdlineaarset avaldist. Bernoulli diferentsiaalvõrrand. Eksaktne diferentsiaalvõrrand. Esimest järku diferentsiaalvõrrandi ligikaudne lahendamine Euleri meetodiga. Runge-Kutta meetodid.</p>
<p>loeng - Teist järku harilikud diferentsiaalvõrrandid. Võrrandi järgu alandamine. Lineaarsed konstantsete kordajatega teist järku diferentsiaalvõrrandid.</p>
<p>loeng - Teist ja kõrgemat järku harilikud diferentsiaalvõrrandid. Harilike diferentsiaalvõrrandite süsteemid. Kõrgemat järku hariliku diferentsiaalvõrrandi normaalkuju, üldlahend, erilahend. Teist ja kõrgemat järku lineaarsed diferentsiaalvõrrandid.</p>
<p>loeng - Harilike diferentsiaalvõrrandite süsteemid. Osatuletistega diferentsiaalvõrrandid. Normaalkujuline süsteem, üldlahend, Cauchy ülesanne. Elimineerimismeetod ja integreeruvate kombinatsioonide meetod. Osatuletistega diferentsiaalvõrrandi mõiste. Cauchy ülesanne. Lihtsamate esimest ja teist järku osatuletistega diferentsiaalvõrrandite lahendamine.</p>
<p>loeng - Lineaarsed osatuletistega diferentsiaalvõrrandid. Lineaarse homogeense ja lineaarse mittehomogeense esimest järku osatuletistega diferentsiaalvõrrandi lahendamine, kui otsitavaks funktsiooniks on kahe ja kolme muutuja funktsioon. Eksami teemad ja korraldus.</p>

## Õppematerjalide info ja aine kodulehekül

Veebipõhine õpikeskkond

<https://moodle.ut.ee/course/view.php?id=3640>

Kohustuslikud õppematerjalid

1. N. Piskunov, Diferentsiaal- ja integraalarvutus I, II. Tallinn, 1983.
2. A. Pedas, G. Vainikko. Harilikud diferentsiaalvõrrandid: teooria, näiteid, ülesandeid. Tartu, 2011.
3. G. B. Thomas, M. D. Weir, J. R. Hass, Thomas' Calculus (12th ed). Pearson. 2010.

Soovituslikud õppematerjalid

4. E. Steiner, The Chemistry Maths Book. Oxford, New York, 1997
5. E. Sakkov, L. Roots, Diferentsiaal- ja integraalarvutus. Tartu, 1994.
6. J. Lellep, Kõrgem matemaatika. Tartu, 1977.
7. J. Sikk, Kõrgem matemaatika. Tartu, 1999.
8. L. Roots, Valitud küsimusi kõrgemast matemaatikast I, Tartu, 1981.

Iseseisvate tööde loetelu ja juhised nende tegemiseks

Moodle testid (elektroonilised testid, 7 testi, kokku 14 punkti).

### Hindamisviisid ja kriteeriumid

Kontrolltöö	1. kontrolltöö - Vektorruumid. Read. Mitme muutuja funktsioonide piirväärtus ja pidevus. Maksimaalselt 25 punkti.
Kontrolltöö	2. kontrolltöö - Mitme muutuja funktsioonide diferentsiaal- ja integraalarvutus. Maksimaalselt 25 punkti.
Kontrolltöö	3. kontrolltöö - Esimest ja kõrgemat järku diferentsiaalvõrrandid. Diferentsiaalvõrrandite süsteemid. Osatuletistega diferentsiaalvõrrandid. Maksimaalselt 25 punkti.
Kontrolltöö	Moodle testid. Kokku 7 testi, maksimaalselt 14 punkti.
Kontrolltöö	Tunnikontrollid. Kokku 6 tunnikontrolli, maksimaalselt 18 punkti.
Kirjalik lõpphindamine	Kirjalik eksam, maksimaalselt 73 punkti. Eksami läbimiseks on vaja sooritada eksam vähemalt 21 punktile.

### Hindamisele pääsemise tingimused

Kontrolltööde, tunnikontrollide ja Moodle testide sooritamine vähemalt 55 punktile.

### Lõpliku tulemuse kujunemine

Kirjalik eksamitöö, maksimaalselt 73 punkti (lävend 21 punkti).

Lõpphinne kujuneb kontrolltööde, tunnikontrollide, Moodle'i testide, lisapunktide ja sooritatud eksamitöö eest saadud punktide summa põhjal alljärgnevalt:

162 -... - suurepärase (A),  
144 -161 - väga hea (B),  
126 -143 - hea (C),  
108 -125 - rahuldav (D),  
90-107 - kehvasti (E),  
0-89 - puudulik (F).

### Võlgnevuste likvideerimise võimalused

Igat kontrolltööd on võimalik järgi teha üks kord järeltöö ajal. Järgi tehtud kontrolltöö korral läheb arvesse järelkontrolltöö tulemus.

Tunnikontrolle saab teha üks kord.

Korduseksamile pääsemiseks peab üliõpilane olema lubatud eksamile (saavutanud lävendi 55 punkti) ning sinna kas mitte ilmunud (hinne "mitteilmunud") või sooritanud eksami hindele - puudulik ("F").

Korduseksam toimub eksamisessiooni ajal.

### Muu info

Aine loengud toimuvad auditoorselt. Loengutele lisaks on eelsalvestatud videod loengus käsitletavate teemade kohta.