

Matemaatiline juhtimisteooria

Arvo Kaldmäe

Tallinna Tehnikaülikool

Nimi: Arvo Kaldmäe

Amet: teadur

Asutus: Tarkvarateaduse instituut, Tallinna Tehnikaülikool

Haridus: 2010 BSc – Matemaatika – Tallinna Ülikool

2012 MSc – Matemaatika – Tallinna Ülikool

2016 PhD – Info- ja kommunikatsioonitehnoloogia – Tallinna Tehnikaülikool

2016 PhD – Informaatika- ja matemaatikateadus ning tehnoloogia (automaatika) –
Ecole Centrale de Nantes

2017 järeldoktorantuur – The University of Newcastle, Austraalia

Nimetus: Mittelineaarsete juhtimissüsteemide töörühm

Töörühma juht: Juri Belikov

Liikmed: Ülle Kotta, Maris Tõnso, Vadim Kaparin, Arvo Kaldmäe, Margarita Matson
+ doktorandid

Ülevaade: Töörühm on Eesti juhtiv uurimisüksus automaatjuhtimise valdkonnas, keskendudes mittelineaarsetele juhtimissüsteemidele sh mittesiledatele, hübriidsetele ja ajas hilistuvatele süsteemidele. Rühm on oluliselt panustanud konstruktiivsete algebraliste meetodite ja nendega seotud sümboltarkvarapaketi NLControl väljatöötamisse, mis toetab teadusuuringuid, õpetamist ja rakendusi.

Mis on juhtimine?

juhtimine – süsteemi või protsessi mõjutamine nii, et see käituks soovitud viisil

juhtimissüsteem – reguleerib teiste seadmete või süsteemide käitumist

matemaatiline juhtimisteooria – 'Mathematical control theory is the area of application-oriented mathematics that deals with the basic principles underlying the analysis and design of control systems.' – Eduardo Sontag

- juhtimissüsteemid on kõikjal meie ümber
- kõik, mis liigub või muutub ajas vajab juhtimist, et töötada efektiivselt
- ilma juhtimiseta enamus seadmeid, millega oleme harjunud (telefon, kohvimasin, pesumasin, autod, lennukid, elektrijaamad jne.), ei töötaks

antiikaeg paljude tehnoloogiliste seadmete juures on rakendatud juhtimise põhimõtteid (veekellad)

17. sajand Christiaan Huygens leiutas tsentrifugaalse regulaatori (seade, mida kasutati tuuleveskite kiiruse kontrollimiseks)

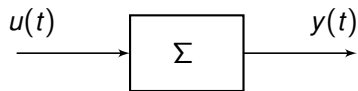
1788 James Watt leiutab aurumasina

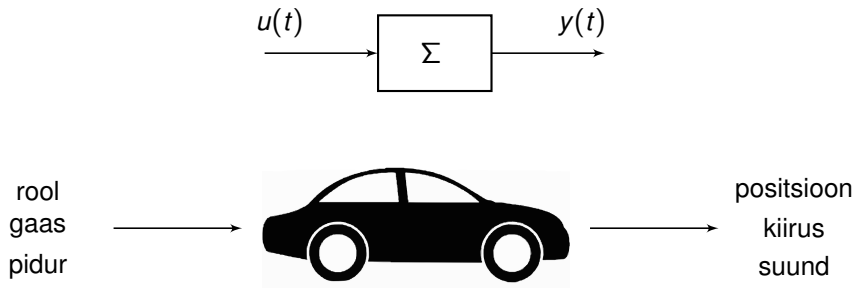
1868 James Clerk Maxwell tsentrifugaalsete regulaatorite teoreetiline analüüs

1903 esimene juhitud lennumasin

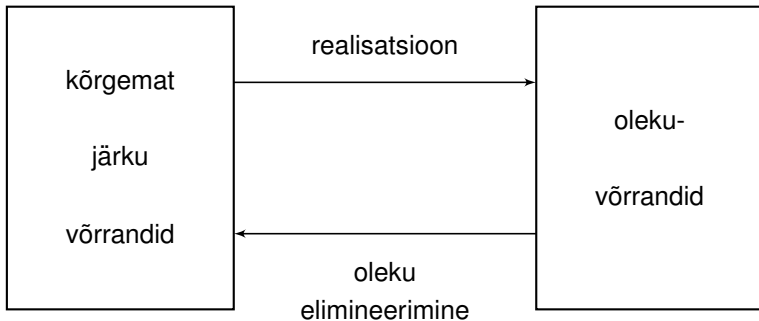
1960ndad tekib juhtimisteooria valdkond

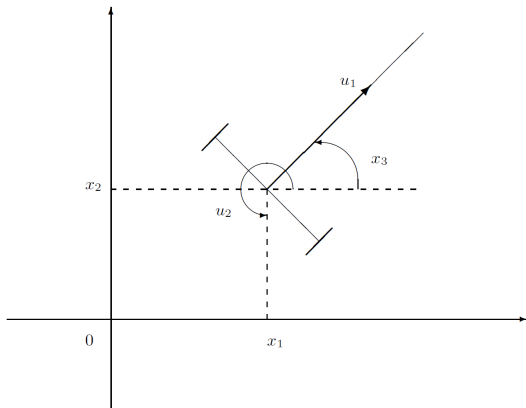
1. **Mobiiltelefonid**, <https://www.ieeecss.org/sites/ieeecss/files/2019-06/IoCT2-SS-Bernhardsson-1.pdf>
2. **Tuuleenergeetika**, <https://www.ieeecss.org/sites/ieeecss/files/2019-06/IoCT2-SS-DAmato-1.pdf>
3. **Autopiloot**, <https://www.ieeecss.org/sites/ieeecss/files/2019-06/IoCT2-SS-Capello-1.pdf>
4. **Meditiin**, <https://www.ieeecss.org/sites/ieeecss/files/2019-06/IoCT2-SS-Exell-1.pdf>
5. **IT**, <https://www.ieeecss.org/sites/ieeecss/files/2019-06/IoCT2-SS-Monniaux-1.pdf>
6. **Tööstus**, <https://www.ieeecss.org/sites/ieeecss/files/2019-06/IoCT2-SS-Parisini-1.pdf>
7. **Keemiatööstus**, <https://www.ieeecss.org/sites/ieeecss/files/2019-06/IoCT2-SS-Braatz-1.pdf>





- tuginedes loodusseadustele
- andmete põhine

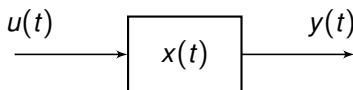




$$\dot{x}_1(t) = u_1(t) \cos(x_3(t))$$

$$\dot{x}_2(t) = u_1(t) \sin(x_3(t))$$

$$\dot{x}_3(t) = u_2(t)$$

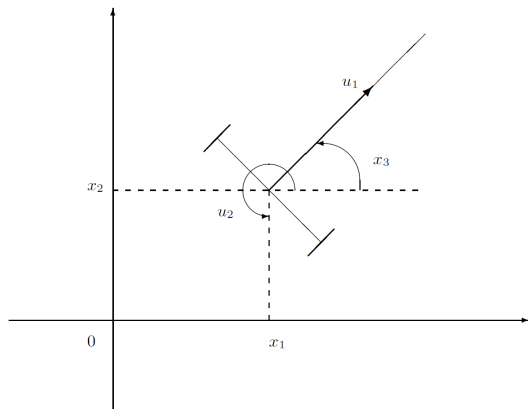


$$\begin{aligned}\frac{dx(t)}{dt} &= f(x(t), u(t)) \\ y(t) &= h(x(t))\end{aligned}$$

Juhitavus: Kas leidub niisugune $u(t)$, et $y(t)$ käituks soovitult?

Vaadeldavus: Kui me teame väljundit $y(t)$ ja sisendit $u(t)$, kas selle info põhjal on võimalik hinnata süsteemi oleku $x(t)$ väärtusi?

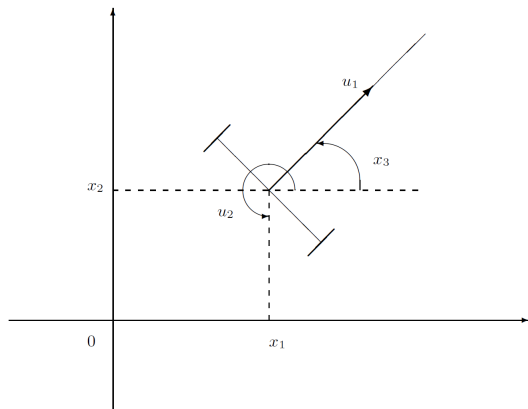
Struktuur: Millised on süsteemi 'head' omadused? Kuidas neid kontrollida?



$$\dot{x}_1(t) = u_1(t) \cos(x_3(t))$$

$$\dot{x}_2(t) = u_1(t) \sin(x_3(t))$$

$$\dot{x}_3(t) = u_2(t)$$

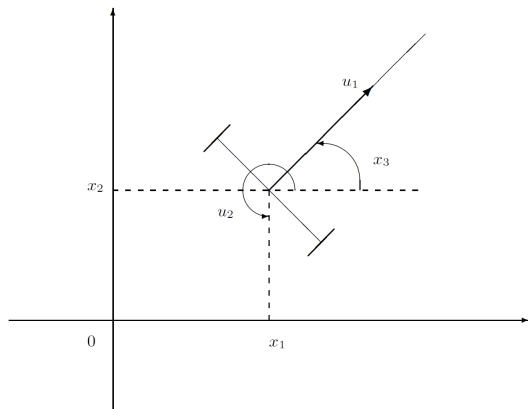


$$\dot{x}_1(t) = u_1(t) \cos(x_3(t))$$

$$\dot{x}_2(t) = u_1(t) \sin(x_3(t))$$

$$\dot{x}_3(t) = u_2(t)$$

$$y(t) = x_1(t)$$



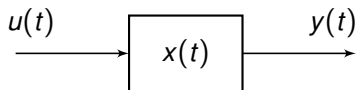
$$\dot{x}_1(t) = u_1(t) \cos(x_3(t))$$

$$\dot{x}_2(t) = u_1(t) \sin(x_3(t))$$

$$\dot{x}_3(t) = u_2(t)$$

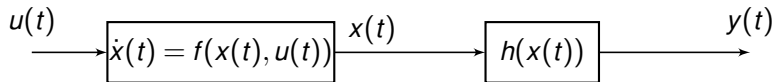
$$y(t) = x_1(t)$$

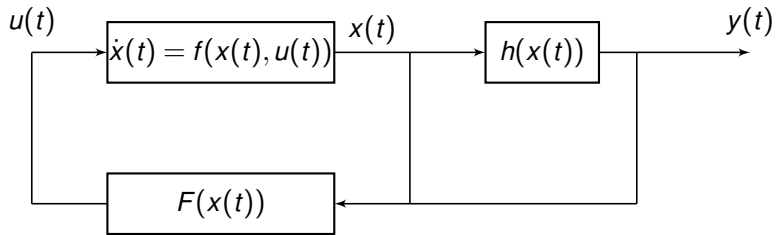
$$y^1(t_0, x^1, u(t)) = y^2(t_0, x^2, u(t)) = \int_{t_0}^t \cos\left(\int_{t_0}^{\tau} u_2(\sigma) d\sigma\right) u_1(\tau) d\tau$$



$$\frac{dx(t)}{dt} = f(x(t)) \quad (1)$$

1. Millal on süsteemi (1) lahend stabiilne?
2. Kuidas leida $u(t)$ nii, et saadakse stabiilne süsteem?





a) PID kontrolleri

$$u(t) = K_p e(t) + K_i \int_0^t e(\tau) d\tau + K_d \frac{de(t)}{dt},$$

kus $e(t) = r(t) - y(t)$.

a) PID kontrolleri

$$u(t) = K_p e(t) + K_i \int_0^t e(\tau) d\tau + K_d \frac{de(t)}{dt},$$

kus $e(t) = r(t) - y(t)$.

b) MPC (Model Predictive Controller)

$$J = \sum_{i=1}^n \alpha_i (r_i(t) - x_i(t))^2 + \sum_{i=1}^m \beta_i (u_i(t-1) - u_i(t))^2$$

a) PID kontrolleri

$$u(t) = K_p e(t) + K_i \int_0^t e(\tau) d\tau + K_d \frac{de(t)}{dt},$$

kus $e(t) = r(t) - y(t)$.

b) MPC (Model Predictive Controller)

$$J = \sum_{i=1}^n \alpha_i (r_i(t) - x_i(t))^2 + \sum_{i=1}^m \beta_i (u_i(t-1) - u_i(t))^2$$

c) Lameduse põhinev juhtimine

$$u(t) = \varphi(y(t), \dots, y^{(k)}(t), v(t)) \quad \Rightarrow \quad y^{(k+1)}(t) = v(t)$$

$$v(t) = r^{(k+1)}(t) - \sum_{i=0}^k q_i (y^{(i)}(t) - r^{(i)}(t))$$

Algebra: algebralised meetodid

Lineaaralgebra: lineaarsed süsteemid

Differentsiaalvõrrandid: stabiilsusega seotud küsimused

Differentsiaalgeomeetria: geomeetrilised meetodid

Matemaatiline analüüs: optimaalne juhtimine

Diskreetne matemaatika: diskreetsed süsteemid

jne.

- Pedro Albertos, Ivan Mareels, Feedback and Control for Everyone, Springer, 2010
- The Impact of Control Technology,
<http://ieeecss.org/impact-control-technology-2nd-edition>
- <https://arhiiv.err.ee/vaata/r2-koolis-r2-koolis-ulle-kotta/same-series>
- Karl J. Aström ja P.R. Kumar, Control: A perspective, *Automatica*, vol 50. lk. 3 – 43, 2014.