

Arvuteooria 1. praktikumi ülesanded:

Jaguvus.

1. Tõestada, et mistahes $a, b, c \in \mathbb{Z}$ korral $a \mid bc$ parajasti siis, kui leiduvad $d, e \in \mathbb{Z}$ selliselt, et $a = de$, $d \mid b$ ja $e \mid c$.
2. Tõestada, et mistahes naturaalarvu k korral $3^{k+1} \mid 2^{3^k} + 1$, aga $3^{k+2} \nmid 2^{3^k} + 1$.
3. Leida kõik täisarvud a , mille korral $a - 3 \mid a^6 + 2$.
4. Leida vähim naturaalarv n , mille korral arvude n ja $n + 1$ ristsummad jaguvad mõlemad arvuga 2024.
5. Tõestada, et $\frac{F_{2n}}{F_n}$ on alati täisarv, kus F_n on n . Fibonacci arv. St $F_1 = 1$; $F_2 = 1$ ja $F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$, kui $n > 1$.
6. Piki ringjoont kirjutatakse järjestikku arvud 1 kuni 2024. Arvust 1 alustades tõmmatakse maha iga 33. arv (s.t. 1, 34, 67, 100, ...). Ringjoont pidi liigutakse senikaua, kuni arv 1 saab teist korda maha tõmmatud. Seejärel korraldatakse protsessi iga 36. arvu jaoks (st tõmmatakse maha arvud 1, 37, 73, 109, ...). Mitu arvu jääb maha tõmbamata?
7. Tõestada, et ükski arv jadas $6, 66, 666, 6666, \dots$ ei ole täisruut.
8. Leida kõik sellised erinevate ühest suuremate naturaalarvude kolmikud k, l, m , mille korral arv $klm - 1$ jagub arvuga $(k - 1)(l - 1)(m - 1)$.
- 9*. Arvutustehnikat liigselt kasutamata leida vähim naturaalarv n , mille korral mistahes n järjestikuse üheksakohalise naturaalarvu seas on alati vähemalt üks selline, mis jagub oma ristsummaga.
- 10**. Leida kõik algarvud $p, q < 2024$ nii, et $pq + 2 \mid p^2 + q^2 + 1$.