

Arvuteooria 3. praktikumi ülesanded:

Algarvud.

1. Leida kõik algarvud lõigus $[420, 500]$. Põhjendada **otse**, et saadud arvud on tõesti algarvud ja ükski ei ole puudu. Kas selles lõigus esineb algarvukaksikuid?
2. Olgu $n \in \mathbb{N}$ selline, et ülimalt üks selle **erinevatest** algteguritest p rahuldab tingimust $p \leq \sqrt[3]{n}$. (Nt võib olla, et ükski algtegur seda tingimust ei rahulda, või ongi ainult üks, aga mitmekordne algtegur, mis seda rahuldab.) Leida kõik erinevad võimalused arvu n algteguriteks lahutada (st üldkujud á la p^3q , $p, q \in \mathbb{P}$, $p \neq q$) ja tuua iga juhu kohta arvuline näide.
3. Leida kõik algarvud p , mille korral $2^p + p^2$ on samuti algarv.
4. Olgu $a, b \in \mathbb{N}$. Leida piisav ja tarvilik tingimus selleks, et leiduks lõpmata palju algarve kujul $ak + b$, kus k on *paaritu* naturaalarv.
5. Tõestada ilma Dirichlet' teoreemi kasutamata, et leidub lõpmata palju algarve, millel on kuju $6k + 5$, kus $k \in \mathbb{N}$.
6. Leida kõik naturaalarvud $n > 1$, millel on järgmine omadus: kui $1 < m < n$ ja $(m, n) = 1$, siis m on algarv.
7. Tõestada, et iga kümnendarvu $\underline{n_1 n_2 \dots n_k} \in \mathbb{N}$ jaoks leidub lõpmata palju algarve kümnendesitusega $\underline{n_1 n_2 \dots n_k \dots}$.
8. Tõestada, et kui kolmnurga külgede ja kõigile külgedele tõmmatud kõrguste pikkused on täisarvud, siis need täisarvud on kõik kordarvud.
- 9*. Tõestada, et leiduvad $a, b \in \mathbb{N}$ nii, et $(a, b) = 1$ ja jada

$$n_1 = a, \quad n_2 = b, \quad n_i = n_{i-1} + n_{i-2} \quad (n \geq 3)$$

ei sisalda ühtegi algarvu.

10**. Tõestada, et leidub lõpmata palju naturaalarve n , mis rahuldavad järgmisi tingimusi:

- a) arvul n on **täpselt** 2024 **erinevat** algtegurit,
- b) $n \mid 19^n + 23^n$.