

Arvuteooria 5. praktikumi ülesanded:

Jäägiklassiringid.

1. Koostada ringi $\mathbb{Z}_{12}$ korrutustabel ilma kõiki korrutisi **otse** välja arvutamata.
2. Leida kõik ringi $\mathbb{Z}_{40}$ pööratavad elemendid.
3. Leida elementide $\overline{12}$, $\overline{13}$, $\overline{14}$, $\overline{15}$, $\overline{21}$, $\overline{22}$ ja $\overline{23}$ vastandelemendid ning (kui need on olemas) pöördelemendid ringis $\mathbb{Z}_{1190}$.
4. Leida **mõlema** ringi $\mathbb{Z}_{24}$ ja $\mathbb{Z}_3 \times \mathbb{Z}_8$ jaoks **kõik** pööratavad elemendid ning **kõik** nullitegurid koos vastavate nulli tegurdustega (st. nulliteguri a jaoks tuleb leida b nii, et $ab = 0$). Kas ringid $\mathbb{Z}_{24}$ ja $\mathbb{Z}_3 \times \mathbb{Z}_8$ on isomorfsed? Miks?
5. Leida ringi $\mathbb{Z}_6 \times \mathbb{Z}_{15}$ kõik pööratavad elemendid. Kas ringid $\mathbb{Z}_{90}$ ja $\mathbb{Z}_6 \times \mathbb{Z}_{15}$ on isomorfsed? Põhjendada vastust.
6. Leida kõik naturaalarvud $n > 5$, mille korral $(n - 5)!$ on nullitegur ringis $\mathbb{Z}_n$.
7. Leida ringi $\mathbb{Z}_n$ kõigi **mitte**pööratavate elementide summa.
8. Jäägiklassiringi $\mathbb{Z}_n$ elementi $\overline{m} \neq \overline{0}$ nimetatakse *nilpotentseks* või *nilpotendiks*, kui leidub arv $k \in \mathbb{N}$ nii, et $\overline{m}^k = \overline{0}$. Leida, millised jäägiklassiringid sisaldavad nilpotentseid elemente ja kui palju neid sellises ringis kokku on.
- 9*. Leida kõik täisarvud $n \geq 2$ nii, et ringis $\mathbb{Z}_n$ on täpselt üks element, mis **ei ole** avaldatav kahe ruudu summana $\overline{a}^2 + \overline{b}^2$.
- 10**. Kui mitmel eri viisil on võimalik nulli teguriteks lahutada ringis $\mathbb{Z}_{3^n}$, $n \in \mathbb{N}$? Tegurdused $\overline{a} \cdot \overline{b} = \overline{0} = \overline{b} \cdot \overline{a}$ loetakse erinevateks, kui $\overline{a} \neq \overline{b}$.